

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский Томский государственный университет»

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт физики прочности и материаловедения
Сибирского отделения Российской академии наук

На правах рукописи



Еремин Михаил Олегович

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
НАГРУЖАЕМЫХ ГЕОСРЕД И ТВЕРДЫХ ТЕЛ
КАК НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук,
профессор П.В. Макаров

Томск – 2014

Оглавление	Стр
Введение.....	3
1 Геологические среды и твердые тела как нелинейные динамические системы.....	8
1.1 Современные тектонические течения и сейсмичность в Центральной Азии как результат Индо-Евразийской коллизии	8
1.2 Нелинейная динамика (синергетика) как теория эволюции динамических систем	13
1.3 Подход физической мезомеханики к проблемам прочности и пластичности твердых тел.....	21
1.4 Эволюционный подход к описанию НДС нагружаемых твердых тел и сред	25
Заключение к разделу 1	30
2 Математическая постановка задачи эволюции нагружаемых твердых тел и сред.....	35
2.1 Математическая теория эволюции нагружаемых твердых тел и сред.....	35
2.2 Метод М.Л. Уилкинса как инструмент моделирования эволюции нагружаемых твердых тел и сред.....	46
2.3 Верификация модели хрупкой/квасихрупкой среды по экспериментальным данным о характерных временах разрушения габбро-образцов при трехточечном изгибе.....	52
2.4 Трехмерное моделирование разрушения пористой керамики при осевом сжатии	58
Заключение к разделу 2	65
3 Явление прерывистой текучести как базовая модель исследования неустойчивостей деформационных процессов	67
3.1 Свойство самоорганизованной критичности динамических систем	71
3.2 Моделирование прерывистой текучести. Анализ особенностей статистики флуктуаций напряжений течения.....	75
Заключение к разделу 3	87
4 Моделирование современной эволюции складчатых областей Центральной Азии.....	90
4.1 Евразийская плита и обрамляющие сейсмоактивные пояса как источники деформаций в Центральной и Восточной Азии	90
4.2 Латеральное воздействие Индо-Австралийской плиты как источник субмеридионального сжатия в Чуйско-Курайской зоне	98
4.3 Моделирование сейсмического процесса в Чуйско-Курайской зоне	101
Заключение к разделу 4	105
Заключение	107
Список литературы	112
Приложение	123

Введение

*«Я убежден, что способность к имитации
представляет не что иное, как разновидность понимания»*

Б. Мандельброт.

Актуальность темы диссертации. Глобальные тектонические течения, а также сопутствующая им сейсмичность являются важнейшими элементами деформационных процессов в геосредах. Изучение деформационных процессов в Земной коре: особенностей формирования разломных зон, глобальных тектонических течений, сейсмического процесса являются одними из наиболее актуальных задач в науках о Земле на современном этапе их развития. Это связано, прежде всего, с необходимостью прогноза возможных катастрофических явлений в сейсмоопасных областях. Прогноз землетрясений невозможен без понимания основных механизмов, особенностей и закономерностей локализации деформационных процессов и формирования очагов разрушения в геологических средах.

Предметом исследования в диссертации является эволюция напряженно-деформированного состояния (далее НДС) нагружаемых геосред и твердых тел.

Основным **объектом** исследования являются геологические среды. Численно исследуется геодинамика складчатых областей Центральной Азии (глобальные тектонические течения), в частности, Чуйско-Курайской зоны (локализация деформационных процессов и связанная с ними сейсмичность в зонах разломов).

Деформация и разрушение элементов Земной коры развиваются на больших пространственно-временных масштабах и наблюдение их эволюции практически ограничено. В силу самоподобия деформационных процессов на разных масштабах актуальным является их изучение на меньших масштабах, чтобы понять общие механизмы и выявить общие черты в сценариях эволюции напряженно-деформированного состояния (НДС) геологических сред. С этой целью для отработки и верификации развиваемых модельных представлений проведено численное исследование деформации и разрушения горных пород, образцов из цементно-песчаных смесей, а также керамик на основе диоксида циркония. Поскольку сейсмический процесс является результатом неустойчивого развития деформационных процессов в геосредах, в работе выполнено численное исследование неустойчивого развития деформационных процессов – прерывистой текучести в пластичных сплавах на основе Al.

В работе геологические среды, а также любые твердые тела рассматриваются как много-масштабные иерархически организованные нелинейные динамические системы. Деформационные процессы в геологических средах, в том числе тектонические течения и сопровождающая их сейсмичность, рассматриваются в рамках эволюционной концепции [1]. Особый интерес представляет установление особенностей перехода разрушения к сверхбыстрой стадии эволюции нагружаемой среды как динамической системы (далее ДС).

Степень разработанности темы. Развитию модельных представлений для описания процессов деформации и разрушения нагружаемой геосреды посвящены работы М.А. Садовского [2], В.Н. Николаевского [3], Ю.Л. Ребецкого [4], Ю.П. Стефанова [5,6,7], Б.П. Сибирякова [8], Е.В. Шилько [9,10], группы О.Б. Наймарка [11,12] и др. В данной работе разработана модель квазихрупкого разрушения нагружаемой геосреды.

В работах группы Макарова П.В. [1,13-19] развивается эволюционный подход к описанию процессов деформирования и разрушения нагружаемых геосред и твердых тел на основе работ по нелинейной динамике И. Пригожина [20,21], С.П. Курдюмова [22,23], Г.Г. Малинецкого [24-27], Г. Хакена [28,29], Б. Мандельброта [30,31] и др.

Целью работы является численное изучение эволюции НДС нагружаемых геосред и твердых тел, как нелинейных динамических систем, включая сверхбыстрые катастрофические этапы.

В работе были поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Разработка модели квазихрупкой среды для корректного описания перехода процесса разрушения от квазистационарной стадии к стадии эволюции НДС в режиме с обострением при моделировании деформирования и хрупкого и/или квазихрупкого разрушения горных пород и геосред

2. Разработка средств численного моделирования эволюции НДС нагружаемых твердых тел и сред, а также средств статистической обработки результатов численного моделирования

3. Верификация разработанной модели по имеющимся экспериментальным данным о характерных временах перехода процесса хрупкого разрушения геоматериалов к закритической стадии (режиму с обострением), проведение тестовых расчетов

4. Численное изучение особенностей неустойчивого развития деформационных процессов, а также изучение свойства самоорганизованной критичности процессов деформации и разрушения на примере математического описания эффекта прерывистой текучести в пластичных сплавах на основе Al

5. Численное моделирование глобальных тектонических течений в складчатых областях Центральной Азии

6. Численное моделирование сейсмического процесса в Чуйско-Курайской горной области.

Положения, выносимые на защиту:

1. Модель квазихрупкой среды для описания хрупкого и/или квазихрупкого разрушения в режиме с обострением как результата эволюции НДС нагружаемых геосред и горных пород

2. Результаты моделирования неустойчивого развития деформационных процессов на примере прерывистой текучести в сплавах на основе Al

3. Результаты моделирования пространственно-временной локализации процессов накопления повреждений на различных масштабах и описание перехода от квазистационарной фазы к сверхбыстрому этапу эволюции НДС – режиму с обострением в нагружаемых геоматериалах и конструкционных материалах

4. Результаты статистической обработки полученных данных численного моделирования с целью выявления предвестников глобальной потери устойчивости системой при переходе в сверхбыстрый этап эволюции НДС

5. Результаты моделирования современного сейсмического процесса в Чуйско-Курайском регионе, как результата пространственно-временной локализации деформационных процессов в нагружаемой геосреде

Научная новизна работы. Принципиально новыми являются результаты численного изучения особенностей перехода процесса разрушения от квазистационарной стадии к сверхбыстрому катастрофическому режиму, как результата эволюции НДС нагружаемых геосред и горных пород. Разработаны и применены методы анализа эволюционного процесса на основе нелинейной динамики для анализа численных решений системы динамических уравнений МДГТ.

Методы исследований. В работе методика решения поставленных целей и задач основана на идеях математической теории эволюции [1]. Эта теория является развитием и синтезом идей и подходов, предложенных в физической мезомеханике материалов [32], нелинейной динамике [20,23] и традиционной механике деформируемого твердого тела. Для решения поставленных задач применен явный конечно-разностный метод М.Л. Уилкинса для численного решения системы динамических уравнений МДГТ.

Обоснованность и достоверность результатов подтверждается серией проведенных тестовых расчетов, верификацией результатов тестовых расчетов по данным экспериментальных исследований, корректностью физической и математической постановок задачи, использованием проверенных численных методов, сравнением полученных результатов тестовых расчетов с

результатами опубликованных работ в Российских и зарубежных журналах, посвященных моделированию неупругого деформирования и разрушения твердых тел и сред.

Теоретическая и практическая значимость работы. Показано, что эволюционный подход к нагружаемым твердым телам и средам позволяет изучить особенности и механизмы сценариев эволюции НДС, включая закритические стадии и на основе этих знаний прогнозировать поведение нагружаемых твердых тел и сред. Для реализации поставленных целей и задач во время работы над диссертацией был написан пакет программ, для численного решения системы уравнений МДТТ в 2-мерной и 3-мерной постановках с использованием технологий параллельного программирования [33]. Пакет программ, разработанная модель квазихрупкой среды, выполненные расчеты эволюции НДС нагружаемых твердых тел и сред представляют теоретическую и практическую значимость работы и были использованы для исследований, проводимых в рамках ряда проектов и грантов.

Публикации и гранты. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 21 печатных изданиях, в том числе в 6 статьях в журналах, включенных в перечень ВАК, 3 статьи в зарубежных журналах, 12 статей опубликованы в других научных изданиях. Работа выполнена при поддержке междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН №114 «Современная эволюция складчатых областей Центральной Азии и сейсмической процесс» на 2009-2011 года, проекта СО РАН №90 «Кайнозойское горообразование Центральной Азии и сейсмичность: термохронологическое, сейсмотомографическое и физико-математическое моделирование» на 2012-2014 года, стипендии Президента РФ для поддержки молодых ученых и аспирантов, осуществляющих разработки по перспективным направлениям модернизации Российской экономики на 2012-2014 года, а также ряда базовых проектов ИФПМ СО РАН.

Апробация результатов работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на 13 конференциях и семинарах:

1. Молодежная тектонофизическая школа-семинар «Современная тектонофизика. Методы и результаты», Москва, 14-19 октября, 2013 года.
2. Международная конференция «Иерархические системы живой и неживой природы», Томск, 9-13 сентября, 2013 года
3. Семинар-совещание «Геодинамика. Геомеханика и геофизика», Новосибирск, 15-19 июля, 2013 года
4. Конкурс научно-исследовательских докладов ТНЦ СО РАН 14 декабря 2012 года
5. Всероссийская конференция «Тектонофизика и актуальные вопросы наук о Земле», Москва, 8-12 октября 2012 года
6. III Всероссийская конференция «Современные проблемы математики и механики», Томск, 23 – 25 Апреля 2012 года

7. Всероссийская конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных среды небесной механики», Томск, 11 – 13 Апреля 2012 года
8. II Всероссийская конференция «Современные проблемы математики и механики», Томск, 12 – 14 Октября 2011 года
9. XXII Международная научная школа им. академика С.А. Христиановича «Деформирование и разрушение материалов с дефектами, и динамические явления в горных породах и выработках», Крым, Алушта, 19 - 25 Сентября 2011 года
10. Международная конференция по физической мезомеханике «Physical mesomechanics - 2011», Томск, 5 – 9 сентября 2011 года
11. Семинар-совещание «Геология. Геомеханика и геофизика», Байкал, Энхалук, 25 – 31 июля 2011 года
12. International Workshop «Advanced problems of Mechanics and Physics of Mesoscopic Systems», Perm, February 1 – 4, 2011
13. Семинар-совещание «Геология. Геомеханика и геофизика», Алтай, 25 – 31 июля 2010.

Личный вклад автора заключается в участии в разработке модели квазихрупкой среды; написании и тестировании пакета программ; проведении расчетов, обработке результатов расчетов; формулировке основных результатов и выводов по работе. Постановка задач и обсуждения результатов проводились совместно с научным руководителем. В статьях, написанных в соавторстве с научным руководителем, автором выполнен полный объем численного эксперимента, а также обработки, в том числе статистической, результатов моделирования.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 4 разделов, заключения и списка цитированных источников, приложения. Работа изложена на 125 страницах, в том числе содержит 57 иллюстраций, 4 таблицы, список цитированной литературы (представлен 143 источниками).

1 Геологические среды и твердые тела как нелинейные динамические системы

1.1 Современные тектонические течения и сейсмичность в Центральной Азии как результат Индо-Евразийской коллизии

На протяжении последних 300 лет развития наук о Земле было высказано значительное число гипотез о внутреннем строении Земли, а также о глубинных и приповерхностных процессах, оказывающих влияние на развитие деформационных процессов в литосфере. До начала 20 века в рамках господствующей контракционной гипотезы проявления деформационных процессов в литосфере связывались исключительно с вертикальными движениями за счет изостазии. Существовали и другие гипотезы, но все они основывались на неподвижности элементов литосферы в горизонтальном направлении (фиксистские гипотезы).

Идея о движении элементов литосферы в горизонтальном направлении возникла в начале 20 века у немецкого метеоролога Альфреда Вегенера, который сумел привести достаточные доказательства в пользу новой гипотезы [34]. Более поздние исследования подтвердили гипотезу о наличии горизонтальных перемещений элементов литосферы. Данная гипотеза лежит в основе мобилистических представлений о природе деформационных процессов в литосфере.

В настоящее время по данным GPS – измерений за смещениями элементов Земной коры установлено, что присутствуют как горизонтальные, так и вертикальные смещения. По данным GPS крупномасштабные элементы литосферы – тектонические плиты – находятся в непрерывном движении со средними скоростями 1-10 см/год. Находясь в непрерывном движении, тектонические плиты сталкиваются друг с другом, формируя протяженные коллизионные пояса, внутри которых наблюдается формирование областей орогенов, субдукции и т.д.

Деформационные процессы внутри тектонических плит также обусловлены их латеральным взаимодействием. Так, например, коллизия Евразийской и Индо-Австралийской плит около 25-30 млн. лет назад привела к формированию обширного пояса орогенов – Гималаи, Тянь-Шань, Памир, Гиндукуш и т.д. А также повлияла и продолжает оказывать влияние в настоящее время на деформационные процессы в Алтае-Саянской складчатой области и Байкальской рифтовой зоне. Таким образом, влияние коллизии распространилось более чем на 3000 км от самой области коллизии.

Пример Индо-Евразийской коллизии является одним из крупнейших и достаточно хорошо изученным по многим направлениям [4,19,35-42]. Однако, ряд вопросов по-прежнему остается дискуссионным. Такими вопросами являются причина горизонтальных и вертикальных смещений тектонических плит, а также влияние плюмов на развитие деформационных процессов в литосфере. Для нас важным является то, что плиты находятся в непрерывном движении, что позволяет при моделировании, опираясь на имеющиеся данные о кинематике смещений, корректно задавать граничные условия и на этом основании выполнять как расчеты тектонических течений, так и оценивать НДС внутри плит и на их границах.

На характерных временах эволюции тектонических плит, которые соответствуют млн лет, деформационные процессы характеризуются квазипластическим течением элементов коры и наблюдаются глобальные тектонические течения, связанные единым кинематическим полем на достаточно обширном участке литосферы, это означает, что плиты и микроплиты движутся как единое целое, например поворачиваются относительно какого-либо центра вращения. Ярким примером такого вращения является поворот Амурской микроплиты, приводящий к постепенному раскрытию Байкальского рифта. На рисунке 1 представлена схема, иллюстрирующая распространение активных деформаций, вызванных Индо-Евразийской коллизией, вглубь Евразийской плиты по данным работы [43].

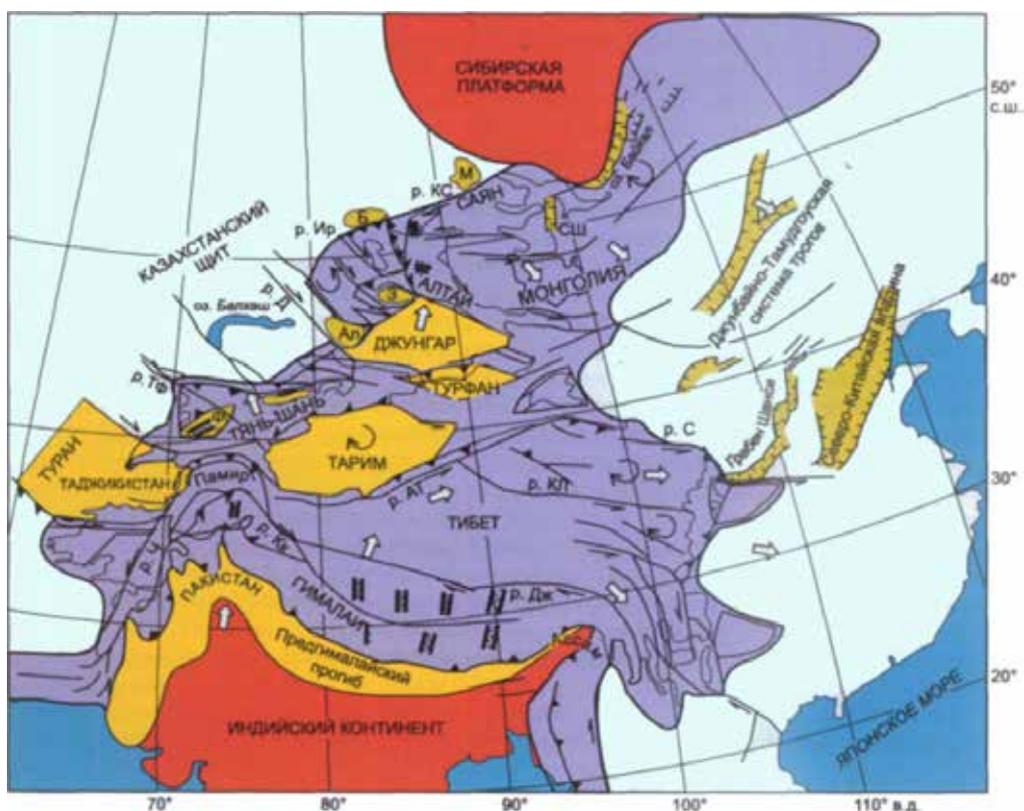


Рисунок 1 – Схема, иллюстрирующая распространение активных деформаций от Индо-Евразийской коллизии вглубь Евразийской плиты.

На рисунке 2 приведены результаты GPS – измерений горизонтальных смещений элементов Земной коры в Центральной Азии, отражающих направленность глобального тектонического течения по данным работы [44].

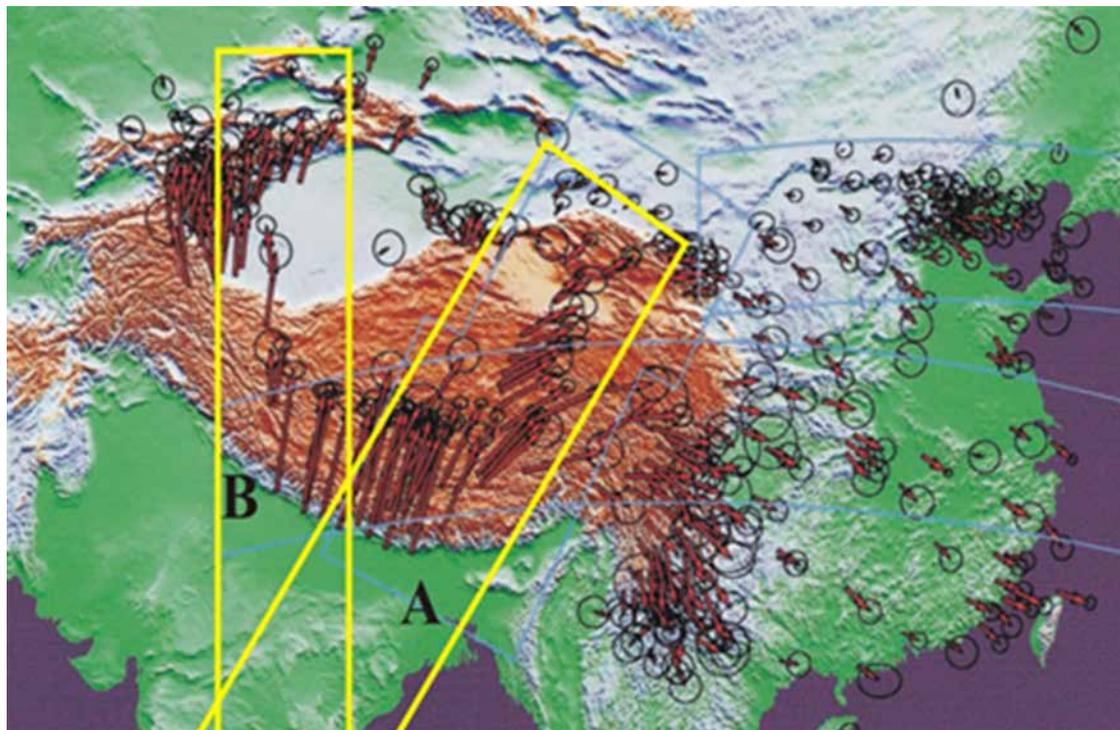


Рисунок 2 – GPS - измерения смещений блоков Земной коры в Центральной Азии, отражающие направленность глобального тектонического течения.

Блоковое строение литосферы является в настоящее время общепризнанным [2]. Достаточно большое число работ посвящено исследованию структурных особенностей литосферы в различных областях. Изучение структурных особенностей литосферы Центральной и Восточной Азии выполнено в работах [35,45-47]. На рисунке 3 изображена схема зонно-блокового строения литосферы Центральной и Восточной Азии по данным Семинского К.Ж. В представленном масштабе схемы, выделенные блоки являются микроплитами, определенными по геологическим, сеймотектоническим и геофизическим данным. При более детальном рассмотрении строения литосферы оказывается, что иерархия зонно-блоковой делимости состоит из множества уровней зон и блоков различных масштабов. Сходясь в главном – многомасштабности и блоковой делимости литосферы, различные исследователи выделяют различное число масштабных уровней блоковой делимости, значимых для наблюдаемых тектонических течений, например, [21]. Таким образом, литосфера представляет собой фрактальную структуру. По различным данным инструментальных исследований удалось установить степень мобильности зон и блоков в представленной иерархии. Однако, при моделировании на основе имеющихся данных, необходимо определять физико-механические свойства блоков и зон. При этом определе-

ние абсолютных величин упругих и прочностных характеристик блоков и зон является нерешаемой задачей ввиду пространственных масштабов геологических сред, однако, как показал численный эксперимент, достаточно определить относительные упругие и прочностные характеристики для качественного совпадения рассчитываемых глобальных тектонических течений и сейсмического процесса с наблюдаемыми в реальности.

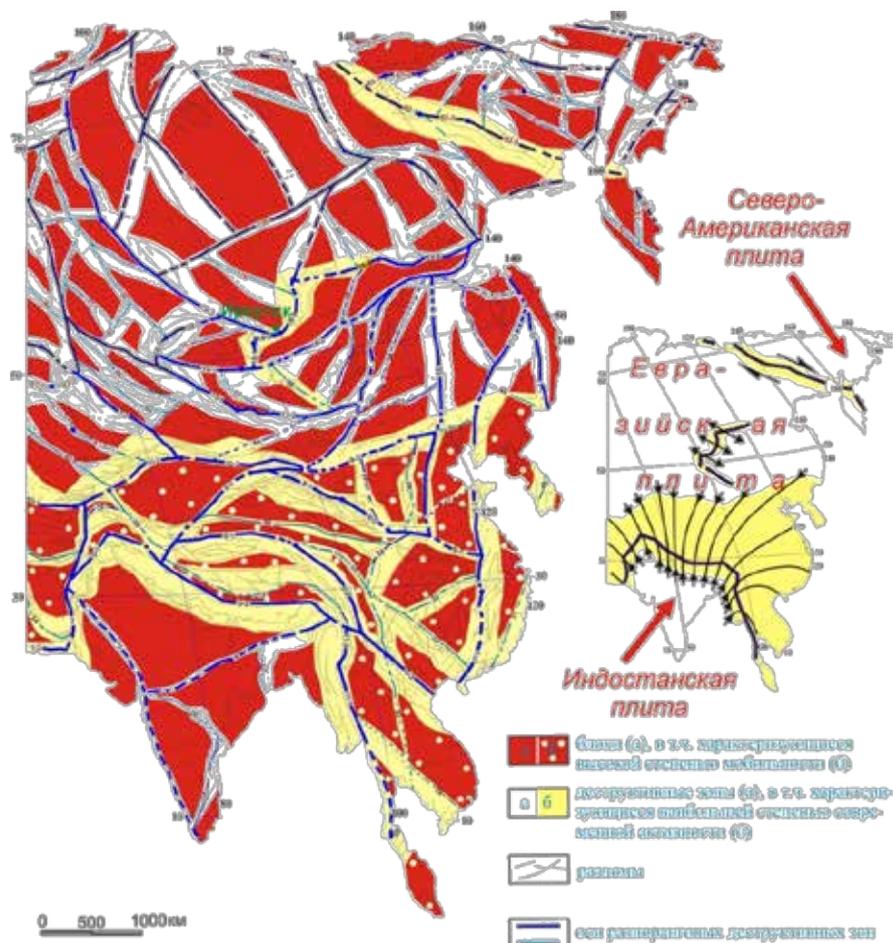


Рисунок 3 – Схема, отражающая структурные особенности литосферы в Центральной и Восточной Азии по данным работы [47].

В результате латерального взаимодействия крупных литосферных плит, более мелкие плиты в иерархии зонно-блоковой делимости, слагающие более крупные плиты, также приходят в движение, формируя региональную сейсмичность. Таким образом, сейсмический процесс является одним из важнейших элементов деформационных процессов в Земной коре и сопровождает глобальные тектонические течения. Инструментальное изучение сейсмичности и истории сейсмичности в литосфере позволило выявить пространственно-временные особенности деформационных процессов в различных регионах и провести ранжирование участков литосферы по степени сейсмической активности. Изучение статистических характеристик сейсмического процесса выявило ряд закономерностей, например, повторяемость или периодичность

проявления сейсмичности (закон Гуттенберга-Рихтера), временные особенности сейсмического режима после крупных землетрясений (закон Омори) и т.д., что присуще нелинейным динамическим системам в состоянии самоорганизованной критичности [14,48]. Количество степенных законов в геологических средах, связывающих различные параметры, известно более десяти, и их изучению уделяется все большее внимание [49,50].

Наличие данных о структурных особенностях региона, виде напряженного состояния по результатам реконструкций природных напряжений, а также кинематике смещения элементов Земной коры позволяет при моделировании учитывать эти основные особенности и численно изучить эволюцию НДС в конкретном регионе. В данной работе в качестве такого региона выбрана Чуйско-Курайская зона, которая хорошо изучена в ряде работ [38,46,51-59] по различным направлениям, необходимым для моделирования. Подробно численное изучение эволюции НДС Чуйско-Курайской зоны рассмотрено в 4 разделе. Здесь лишь отметим, что полученные данные численного моделирования эволюции НДС – пространственная и пространственно-временная структуры расчетного сейсмического процесса статистически удовлетворяют степенным законам Гуттенберга-Рихтера и Омори. Это свидетельствует о том, что численные решения системы уравнений МДТТ позволяют воспроизводить типичные сценарии эволюции НДС в нагружаемых геосредах и твердых телах, характерные для нелинейных динамических систем, если задача описания НДС нагружаемых геосред и твердых тел поставлена как эволюционная. Это означает, что система должна быть способна к самоорганизации, усложнению ее внутренней структуры, посредством формирования неоднородностей – диссипативных структур в виде очагов макроразрушения (разломные зоны в геосредах и макротрещины в нагружаемых твердых телах). И этот процесс полностью контролируется балансом отрицательных и положительных обратных связей, стабилизирующих деформационные процессы к некоторому метастабильному состоянию и, соответственно, приводящих к их неустойчивости. Особенно отчетливо этот процесс наблюдается в геологических средах, когда стадия подготовки крупномасштабных землетрясений может занимать сотни лет, при этом деформационный процесс локально поддерживается в метастабильном состоянии за счет отрицательной обратной связи, а собственно само землетрясение развивается в режиме с обострением, как стадия неустойчивого автокаталитического этапа эволюции НДС в локальных областях геосреды на соответствующем масштабе, когда превалирует положительная обратная связь. Подобный сценарий эволюции НДС геосреды, как нелинейной динамической системы, воспроизводится в численных расчетах, если в системе уравнений прописаны положительные и отрицательные обратные связи.

Таким образом, в настоящей работе глобальные тектонические течения и сопутствующая сейсмичность в литосфере рассматриваются как результат эволюции напряженно-деформированного состояния геологической среды в Центральной и Восточной Азии, как не-

линейной динамической системы. Для изучения деформационных процессов в нагружаемых геосредах и твердых телах, как эволюционных, необходима наиболее общая методология изучения эволюционных процессов, каковой является, на наш взгляд, нелинейная динамика и развитые в ее рамках методы статистического анализа флуктуаций напряжений, проявляемые, прежде всего, в сейсмичности.

1.2 Нелинейная динамика (синергетика) как теория эволюции динамических систем

«Символом нашего физического мира не может быть устойчивое и периодическое движение планет, что лежит в основе классической механики. Это мир неустойчивостей и флуктуаций, в конечном счете, ответственных за поразительное разнообразие и богатство форм и структур, которые мы видим в окружающей нас природе».

Г. Николис, И. Пригожин [21].

Примеры самоорганизации в открытых системах

Так как основные идеи настоящей работы базируются на математической теории эволюции нагружаемых твердых тел и сред [1], которая является прямым продолжением идей и подходов, развитых в физической мезомеханике и нелинейной динамике, в данном параграфе кратко рассмотрим наиболее значимые для дальнейшего изложения вопросы, разработанные в нелинейной динамике, как современной теории эволюции динамических систем.

На уровне фундаментальных идей основы нелинейной динамики были заложены в работах И. Пригожина с коллегами [20,21], С.П. Курдюмова [22,23], Г.Г. Малинецкого [24-26,60], Г. Хакена [28], Ю.А. Данилова [61] и др.

В диссертации фактически проводится знак равенства между нелинейной динамикой, как математической теорией эволюции динамических систем и синергетикой, как теорией самоорганизации динамических систем.

В настоящее время нелинейная динамика (синергетика) в значительной мере расширила свои рамки. Несмотря на то, что она изначально была междисциплинарной, так как в динамических системах совершенно различной природы обнаруживала схожие черты в их поведении, сейчас нелинейная динамика уже представляет развитую математическую теорию.

Ключевой задачей синергетики является отыскание законов, по которым функционируют отдельные части системы и как они взаимодействуют между собой, порождая коллективное поведение, отличное от поведения составляющих. Как система приобретает новые свойства в условиях внешней среды, как в ней образуются и распадаются структуры или происходит их преобразование в новые, более сложные и т.д. Т.е. по каким законам система эволюционирует и самоорганизуется.

Примерами самоорганизации являются образование конвективных ячеек или ячеек Бенара, химическая реакция Белоусова-Жаботинского, излучение лазера по достижении порога генерации [28].

Важным является то, что между процессами самоорганизации в различных системах есть схожие черты, следовательно, к ним можно применять общие методы и подходы.

Возникновение структуры в изначально бесструктурном состоянии дает информацию о внутренних нелинейных свойствах самой системы. Так, например, размер ячеек Бенара не зависит от линейных размеров пластин, между которыми жидкость заключена.

Одним из ключевых понятий в нелинейной динамике является понятие открытой системы. Т.е. системы, в которой присутствует постоянный обмен веществом и энергией с внешней средой иначе система постепенно отрелаксировала бы до равновесного состояния. Данное условие является необходимым для того, чтобы в системе протекали процессы самоорганизации [21,28,60,62].

В открытой системе, находящейся в неравновесном состоянии при подводе энергии извне, может наблюдаться упорядочивание, за счет образования пространственно-временных структур, которые И. Пригожин назвал диссипативными. Т.е. может возникать порядок через хаос [62]. По образному выражению авторов работы [27] диссипативные процессы трения, диффузии, теплопроводности и др. в нелинейной физике являются «архитекторами порядка» в отличие от классических представлений, в которых роль диссипативных процессов является негативной.

Эволюционные уравнения и методы анализа «сложного»

В монографии Гленсдорфа, Пригожина [62] в качестве общих эволюционных уравнений предлагается следующее уравнение или система уравнений, в зависимости от того, сколько переменных необходимо для того, чтобы описать динамику конкретной системы:

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = F_i(X_1, \dots, X_n, r, t, \dots) \quad (1.1)$$

данное дифференциальное уравнение в общем случае описывает эволюцию некоторой диссипативной системы. Как отмечают Николис и Пригожин [20], уравнения, описывающие эволюцию диссипативных систем, не обладают инвариантностью относительно преобразования

времени, так как ключевыми в таких системах являются необратимые процессы вдали от равновесия.

С учетом управляющих параметров, являющихся ограничениями внешней среды и поддерживающими неравновесное состояние системы, уравнение 1.1 переписывается в виде:

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = F_i(\{X\}, \lambda) \quad (1.2)$$

где λ имеет смысл управляющего параметра. Уравнения типа 1.2 обладают существенной нелинейностью, так как в них должна быть заложена возможность описывать качественные изменения в системе, когда управляющий параметр λ приближается к критическому значению.

Вдали от равновесного состояния определяющую роль в динамике системы играют флуктуации от некоторого квазистационарного состояния. В случае глобальной устойчивости флуктуации давятся или другими словами система является устойчивой по Ляпунову. Однако может наблюдаться и обратная ситуация, когда флуктуации могут приводить к неустойчивости, и начальное возмущенное состояние будет только усиливаться. На рисунке 4 приведен фазовый портрет системы, стремящейся к глобальному аттрактору. В случае начального возмущения, превышающего некоторое критическое значение, стрелки на фазовой траектории направлены в противоположную сторону, т.е. система становится неустойчивой.

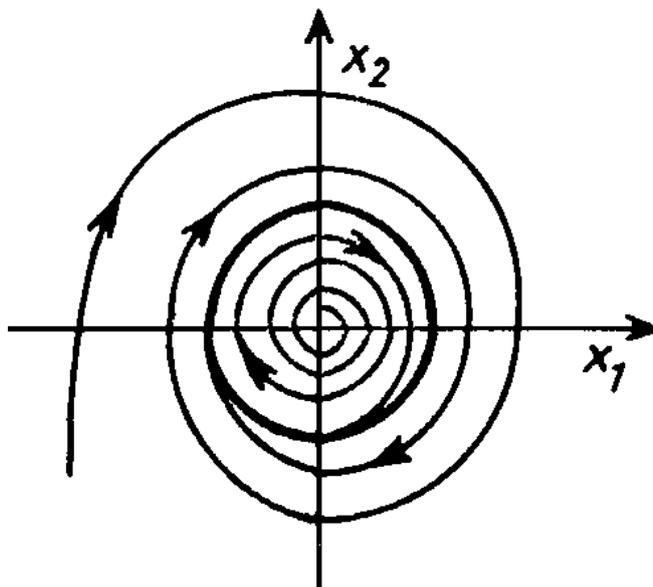


Рисунок 4 – Фазовый портрет системы, стремящейся к глобальному аттрактору.

Другим методом анализа эволюции нелинейных динамических систем является построение бифуркационных диаграмм, на которых отражена совокупность возможных путей (сценариев) эволюции данной системы в зависимости от управляющих параметров. Пример такой диаграммы приведен на рисунке 5. Видно, что при достижении управляющего параметра λ

критических значений λ_1, λ_2 , происходит ветвление решения эволюционного уравнения. Это означает, что дальнейшая эволюция системы по исходному сценарию становится неустойчивой и требуется отыскать новые сценарии.

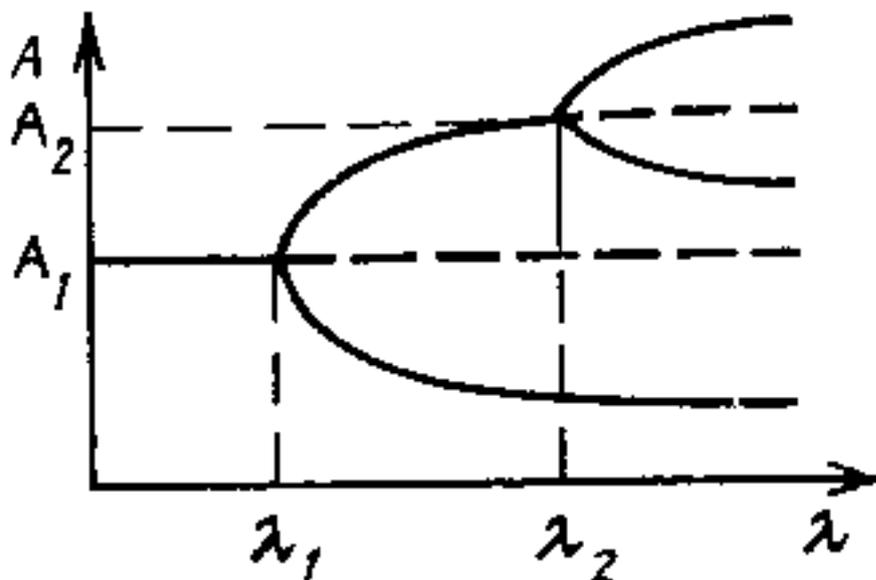


Рисунок 5 – Бифуркационная диаграмма решения эволюционного уравнения 1.2

Важным является то, что при переходе через точку бифуркации, в результате формирования диссипативной структуры, в системе открываются новые сценарии эволюции, при этом происходит упорядочивание системы и коррелированное поведение составляющих системы на максимально возможном для этой системы масштабном уровне.

Обратные связи и режим с «обострением»

В нелинейных динамических системах, функционирующих вдали от равновесия, упорядочивание или самоорганизация связаны с образованием различных диссипативных структур при переходных процессах (точках бифуркации). Образование и эволюция диссипативных структур на макроуровне определяется балансом между обратными связями. Положительная обратная связь призвана привести систему к неравновесному состоянию, а отрицательная обратная связь стабилизировать процесс эволюции вдали от равновесия [27].

В научной школе академика Самарского А.А. изучалась модель тепловых структур с учетом положительной обратной связи, представляющей собой нелинейный источник. Его добавление в модель приводит к нелинейному уравнению теплопроводности [22]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + Q(T) \quad (1.3)$$

Решение данного уравнения уже в простейшем случае демонстрирует интересную особенность: а именно в течение некоторого времени, называемого «квазистационарной» стадией, функция T практически не изменяется, однако по мере приближения к некоторому пороговому значению t , называемому временем обострения (фокусировки), рост функции T становится неустойчивым и значительно ускоряется.

Впоследствии, концепция режимов с обострением наиболее полно была разработана С.П. Курдюмовым с учениками [22]. Курдюмов высказал идею, что формирование метастабильного состояния будет обеспечено, благодаря наличию объемных источников тепла, как сильная положительная обратная связь, приводящая к существенно-неоднородному состоянию среды. Тогда конкуренция диффузии, выполняющая роль отрицательной обратной связи, и объемных источников приведет к образованию областей метастабильного состояния локализации тепла [22].

Проблема прогноза

«Мы имеем счастье жить в удивительном нелинейном мире».

И. Пригожин

К классу систем, обладающих хаотической динамикой, относится значительное число физических, химических, биологических систем, в том числе систем, описываемых уравнениями классической механики. Для таких систем существование горизонта прогноза объясняется их сильной чувствительностью к точности определения начальных условий. Т.е. неточно определенное исходное состояние приводит к невозможности долгосрочного прогнозирования на основе эволюционных уравнений. Другими словами всегда можно найти интервал времени, по истечении которого поведение системы становится непредсказуемым, и этот интервал является небольшим, как показывает практика [27].

Простейшими примерами систем с хаотической динамикой являются «странный» аттрактор Лоренца (см. рисунок 6). Из рисунка видно, что у аттрактора Лоренца существует 2 центра притяжения, данный фазовый портрет как раз и объясняет невозможность долгосрочного прогноза. Так, если рассмотреть две близкие траектории фазового портрета, то рассматривая одну из них как первую траекторию, но с малым возмущением, можно получить горизонт прогноза динамической системы [27]. Начиная с этого горизонта, траектории начнут расходиться, и прогноз станет невозможным.

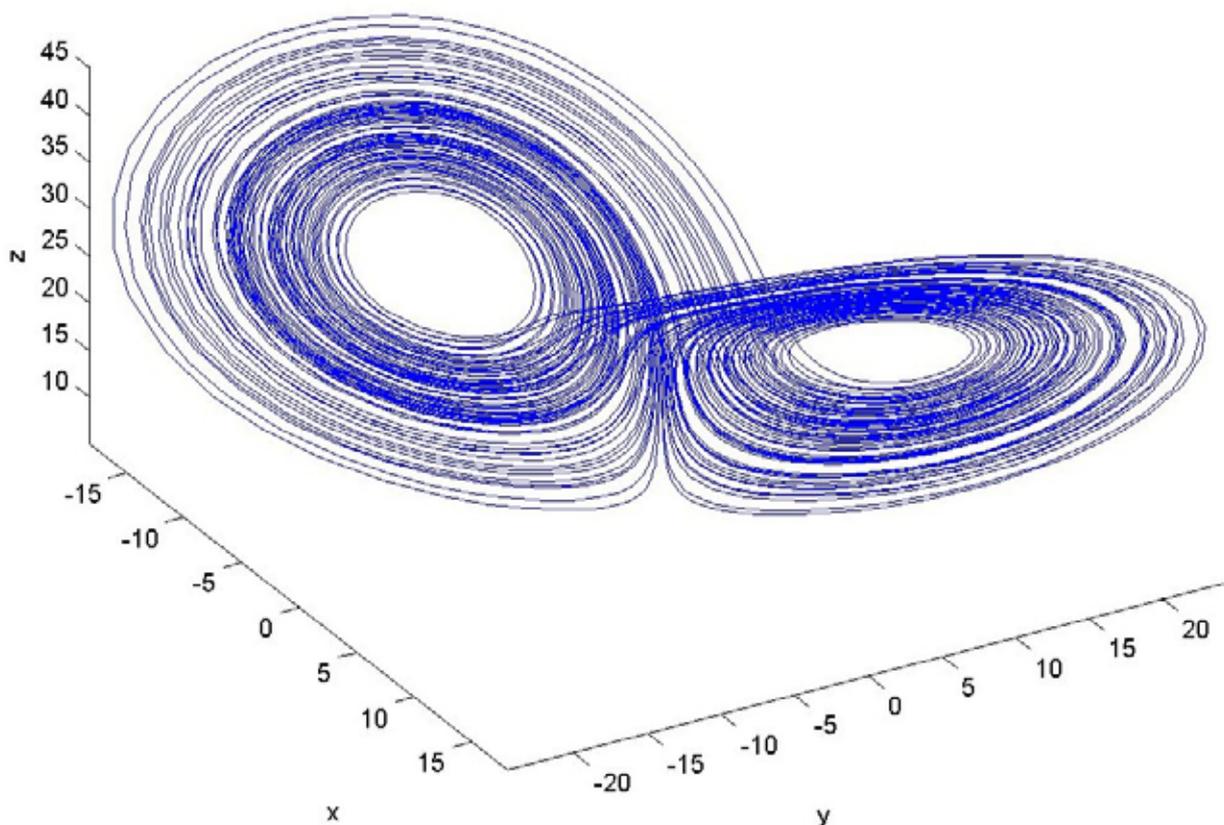


Рисунок 6 – «Странный» аттрактор Лоренца.

Однако если удастся установить, что фазовая траектория системы находится в области аттрактора, то можно на достаточно долгое время предсказать эволюцию системы. На таких прогнозах построено большинство экономических и социальных прогнозов.

Класс систем, изучаемых нелинейной динамикой, детерминированных, с возможностью перехода к хаотической (турбулентной) динамике, обладают важным свойством, а именно, находясь вдали от равновесия, они целиком и полностью зависят от флуктуаций, происходящих в системе. Привлекая к анализу флуктуаций в нелинейных динамических системах статистические методы, удалось установить важнейшее отличие распределений вероятности флуктуаций в таких системах от аналогичных распределений в системах со «случайным блужданием», статистика которых соответствует белому гауссовому шуму. Оказалось, что для нелинейных динамических систем свойственны степенные распределения, примерами которых являются закон Гуттенберга-Рихтера, закон Омори и т.д.

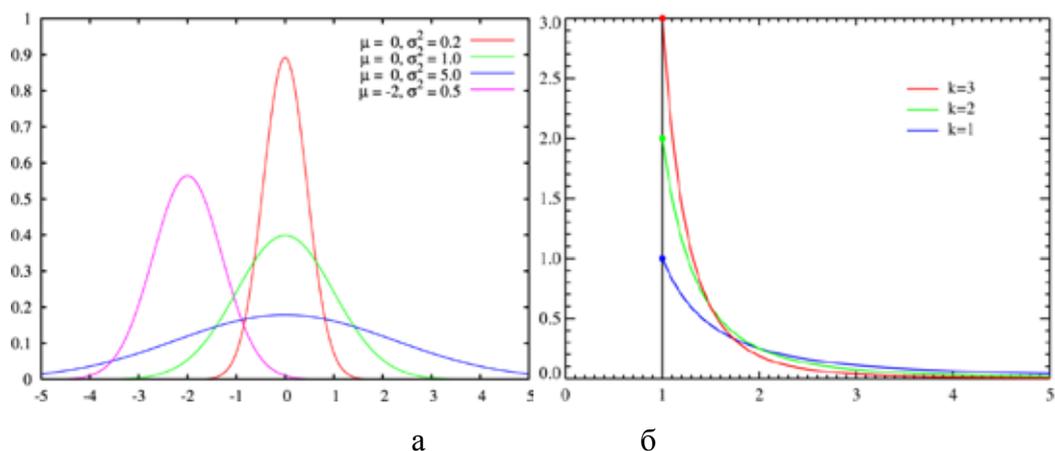


Рисунок 7 – Нормальное (Гауссово) распределение (а), степенное распределение (б).

На рисунке 7 представлены гауссово распределение с независимыми событиями в системе (а) и степенное распределение, предполагающее наличие длинно-корреляционных взаимодействий в системе (б) [30]. Степенные законы в настоящее время активно исследуются в теории самоорганизованной критичности, которой посвящен отдельный параграф в настоящей работе.

Фракталы

Термин фрактал впервые был введен Бенуа Мандельбротом применительно к объектам, обладающим масштабной инвариантностью, самоподобием, самоафинностью в более общем случае [30]. Простейшим примером фрактала является снежинка Коха, изображенная на рисунке 8.

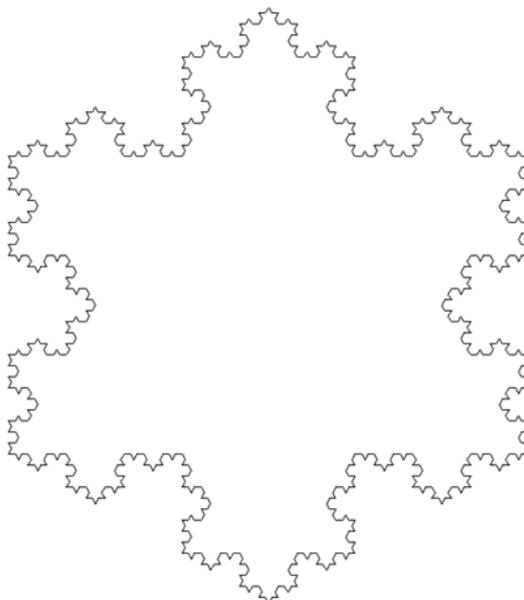


Рисунок 8 – Снежинка Коха.

Данный фрактал обладает рядом особенностей, одна из которых это бесконечный периметр при ограниченной площади снежинки, а вторая это масштабная инвариантность, которая означает, что при любом увеличении кривая, оконтуривающая снежинку, выглядит одинаково. Это означает, что длина кривой Коха сильно зависит от размеров линейки, которой она будет измеряться. Математически подобная фрактальность выражается степенным законом в зависимости между некоторыми параметрами $Y = X^{-D}$. Тогда при логарифмировании получаем, что $\frac{\lg Y}{\lg X} = -D$, величина D характеризует фрактальную размерность степенного закона, которая в самом общем случае не является целым числом, в отличие, например, от топологической размерности [30]. В настоящее время установление фрактальной размерности в тех или иных степенных законах, которых только в науках о Земле насчитывается десяток с лишним, стало неотъемлемой частью исследований динамики систем. Так, например, в сейсмологии известно, что одним из предвестников приближения сильного землетрясения является уменьшение наклона графика повторяемости или уменьшение фрактальной размерности в законе Гуттенберга-Рихтера [49].

Идея фрактальности отражает иерархическое строение нелинейных динамических систем и определяет законы роста таких систем. К классу естественных фракталов относится очень большое число явлений различной природы: начиная от природных катастроф – смерчей, торнадо, землетрясений, наводнений, пожаров; техногенных катастроф, революций, крахов экономики и т.д. На рисунке 9 представлены степенные законы распределения природных катастроф [27].

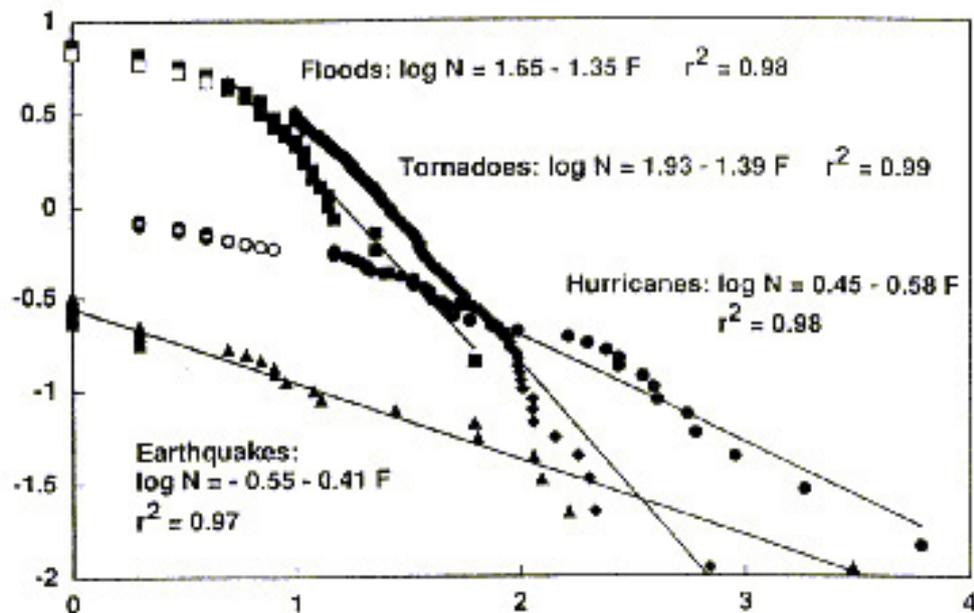


Рисунок 9 – Степенные распределения природных катастроф в двойных логарифмических координатах.

В работе [15], при изучении масштабов разрушения угля обнаружено, что фракционный состав пылевых частиц является фрактальным, т.е. нарастание масштабов разрушения угля следует некоторому закону росту, определяемому фрактальной размерностью и является, в частности, мультифракталом, т.е. разрушение угля и в более общем случае твердых тел является самоподобным процессом.

Несмотря на общность степенных законов для нелинейных динамических систем различной природы, природа самих степенных законов в настоящее время не достаточно изучена и понята. Данный вопрос, безусловно, является одним из наиболее фундаментальных, требующий изучения именно в рамках нелинейной динамики. Простой ответ, что так устроена природа, очевидно, не удовлетворителен. Однако определенные подвижки в данном направлении все же сделаны. Они восходят к работам Пуанкаре по отображениям в фазовом пространстве, КАМ – теории, начатой Колмогоровым [63] и развитой впоследствии Арнольдом [64] и Мозером [65], среди последних обзоров, можно отметить работы [61,66], и работа по структуре резонансов [67].

1.3 Подход физической мезомеханики к проблемам прочности и пластичности твердых тел

Центральными вопросами как ФТТ, так и МДТТ являются пластичность и разрушение твердых тел. С началом использования электронной микроскопии в физике твердого тела удалось обнаружить базовые дефекты кристаллической решетки в виде дислокаций [32]. Данное открытие привело к созданию теории дислокационной пластичности, в которой центральное место занимает кристаллографический сдвиг за счет потока ансамблей взаимодействующих дислокаций в полях действующих напряжений. Благодаря кристаллографическому сдвигу осуществляется пластическое течение. Данное описание пластичности в твердых телах относится к микроскопическому подходу.

Подход механики сплошных сред исторически появился гораздо раньше и является макроскопическим. Для описания пластического течения на этом феноменологическом уровне используются критерии пластичности [32].

Оба подхода обладают известными ограничениями. Так, например, долгое время предполагалось, что описав взаимодействие между ансамблями дислокаций в твердом теле, удастся

установить его макроскопические характеристики. Этого сделать не удалось. Макроскопический подход механики сплошных сред не учитывает специфики конкретных физических механизмов, ответственных за пластическое течение. Стало понятно, что между микроскопическим подходом физики твердого тела и макроскопическим подходом механики сплошных сред достаточно большой разрыв и не хватает промежуточного уровня описания, который был назван мезоуровнем в рамках физической мезомеханики – парадигмы на «стыке» [68,69].

Структурные уровни деформации твердого тела

Одними из основополагающих работ физической мезомеханики являются работы [70,71], в которой были введены структурные уровни деформации твердого тела. Как отмечается в работе [32] масштабных уровней существует три: микро, мезо и макро, а структурных уровней может быть больше.

Главное отличие масштабных уровней от структурных заключается в том, что масштабный уровень предполагает некоторый диапазон линейных размеров, на котором рассматриваются процессы пластического течения и разрушения в твердом теле. Структурный уровень уже своим названием «структурный» показывает, что рассматриваются соответствующие структуры, которые формируются на данном уровне в ходе эволюции нагружаемого твердого тела в поле внешних воздействий. Таким образом, один масштабный уровень может содержать в себе несколько структурных уровней.

В результате исследований, проведенных в рамках физической мезомеханики за прошедшие 30 лет получены фундаментальные результаты по характеру развития пластического течения и разрушения в твердом теле. Было понято, что твердое тело представляет собой многомасштабную нелинейную иерархически организованную систему. Пластическое течение и разрушение твердых тел и сред есть результат их эволюции под приложенными внешними воздействиями. Для каждого уровня характерны свои механизмы пластичности за счет действия соответствующих концентраторов напряжений. На микроскопическом уровне концентраторами напряжений являются микро-неоднородности в строении материала, дефекты кристаллической решетки, например дислокации, вакансии [72]. В нагруженном твердом теле на микроуровне за счет потоков дефектов в полях действующих концентраторов напряжений происходят сдвиги по кристаллографическим плоскостям и осуществляется микропластическое течение.

Следующий структурный уровень, названный мезо-I. На этом уровне наблюдается движение отдельных элементов объема твердого тела как целого по схеме «сдвиг + поворот», в результате возникают поворотные (вихревые) моды пластического течения. Концентраторами напряжений на данном уровне являются зерна, жесткие включения, дислокационная ячеистая субструктура. На данном уровне аккомодационным механизмом является дислокационная пла-

стичность на более низком структурном уровне. В случае, когда аккомодационный ресурс исчерпан, возникает трансляционно-ротационный вихрь, как поворотная мода деформации, когда элементы объема твердого тела поворачиваются как целое, таким образом, реализуется более эффективный механизм диссипации подводимой энергии, нежели трансляционный сдвиг. В поликристаллических материалах поворотная мода обеспечивается вращением зерен, в композиционных материалах вращением дисперсных частиц другой фазы распределенных в объеме матрицы.

Следующий структурный уровень – мезо-II, характеризуется образованием мезополос локализованной пластической деформации. На данном уровне отдельные элементы объема (существенно превосходящие уровень мезо-I) твердого тела испытывают относительные перемещения по схеме «сдвиг + материальный поворот». При этом материал в целом сохраняет свою сплошность, хотя возможно образование микротрещин, если аккомодационный ресурс поворотов исчерпан из-за стесненности. На данном уровне формируется фрагментированная мезоструктура, что можно рассматривать как стадию предразрушения, а мезоконцентраторами напряжений выступают мезотрещины, а также полосы локализованной неупругой деформации.

На макроскопическом структурном уровне происходит формирование магистральных полос локализованной неупругой деформации, которые охватывают весь объем твердого тела, что означает макроразрушение и фрагментацию объема на отдельные невзаимодействующие части. В металлах чаще всего происходит формирование сопряженных макрополос локализации пластической деформации по схеме креста или формирование диполя полос локализованной пластической деформации [32].

Несмотря на различие в механизмах пластичности и разрушения на различных структурных уровнях в твердом теле процессы пластического течения и разрушения обладают масштабной инвариантностью или самоподобием; переход на более высокие структурные уровни деформации сопровождается потерей устойчивости на более низких [71]. Таким образом, пластичность и разрушение, как элементы общего процесса деструкции твердого тела, есть многоуровневые процессы последовательных потерь устойчивости. В физической мезомеханике пластичность и разрушение рассматриваются как сугубо релаксационные процессы. При этом макроразрушение классифицируется как глобальная потеря устойчивости твердого тела на заключительной стадии деформирования при образовании магистральной трещины [68,69,71,73].

Сильно возбужденные состояния и волновая природа пластичности

Деформируемое твердое тело – многомасштабная иерархически организованная синергетическая система. В ходе нагружения, за счет действия концентраторов напряжений на различных масштабных уровнях, в твердом теле формируется сильно неравновесное состояние, сле-

довательно, к нему применимы все законы синергетики, как к системе, эволюционирующей вдали от равновесия.

В соответствии с синергетическими принципами физической мезомеханики, пластическое течение и разрушение есть масштабно-инвариантный процесс последовательной потери сдвиговой устойчивости при переходе с масштаба на масштаб. Потеря сдвиговой устойчивости осуществляется по общей схеме: базовый сдвиг – формирование зоны изгиба-кручения – вторичный сдвиг и т.д. [74]. Как известно, одним из базовых концентраторов напряжений является граница образец – испытательная машина. Генерируемая полоса локализованной пластической деформации приводит к релаксации напряжений на концентраторе.

В ряде работ [74-76] наблюдалось движение полос локализованной пластической деформации в виде волнового фронта на поверхности нагружаемых образцов, которые формировались на базовом концентраторе напряжений вблизи захвата испытательной машины. Примером может служить непрерывное движение полосы локализованной деформации в виде фронта Людерса. Однако существуют также и другие типы волн пластической деформации, которые чаще всего наблюдаются при эффекте Портевена – ле Шателье или прерывистой текучести (движение фронта необязательно непрерывное, может быть также дискретным). Исследования показали, что скорость фронтов пластической деформации, в случаях, когда движение полосы осуществляется непрерывным образом или поэстафетно, может на порядки превышать скорость движения захватов испытательной машины, данный факт свидетельствует о самосогласованности пластического течения во всей иерархии масштабов и является внутренним свойством твердого тела, как нелинейной динамической системы. В работе [75] также отмечается, что при движении фронтов локализованной пластической деформации также наблюдаются автоколебания в твердом теле, вызванные взаимно обратным движением объемов тела по обе стороны от полосы локализации (см. рисунок 10). Движение фронта локализованной пластической деформации представляет собой волну переключения. Поскольку зарождение фронтов происходит вблизи головок образца с обеих сторон, то по окончании релаксационного процесса в одной из полос, происходит переключение на другую полосу, которая может быть смежной по отношению к предыдущей, что вызывает автоколебания объемов относительно центральной оси образца. Особенно отчетливо проявляется автоколебательный характер на стадии предразрушения в рабочей области образца, когда зона формирования шейки уже наметилась, тогда происходит периодическое переключение между смежными полосами локализованной пластической деформации [76].

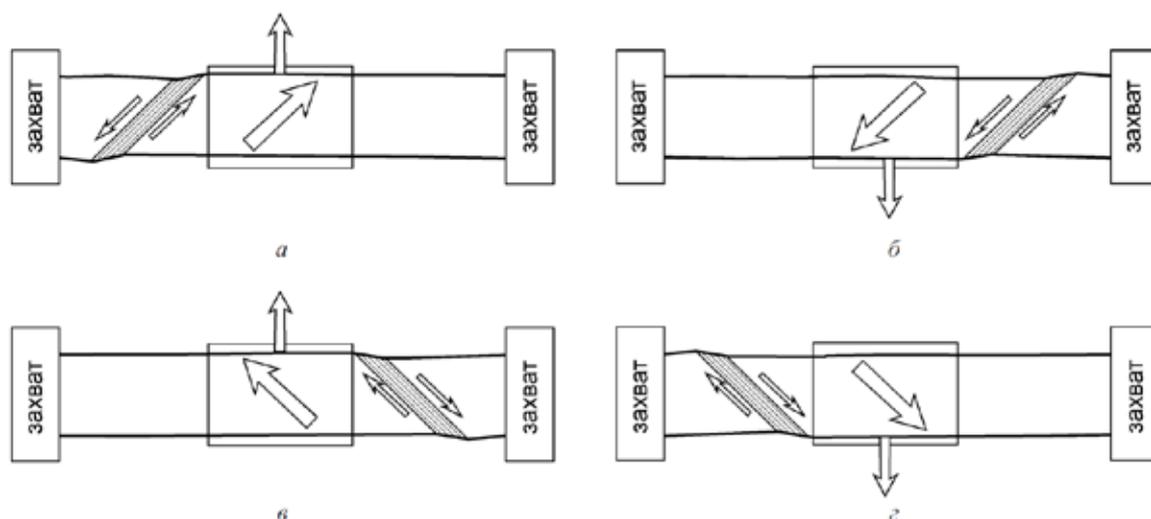


Рисунок 10 – Схема автоколебаний образца в процессе распространения волны переключений от левого захвата к правому (а, б) и наоборот (в, г) [75,76].

В примере с реакцией Белоусова – Жаботинского, для поддержания автоколебательного характера необходимо постоянно отводить продукты реакции и подводить исходные реагенты, в случае твердого тела генерация фронтов пластической деформации поддерживается за счет постоянного нагружения, а диссипация энергии осуществляется при формировании диссипативных субструктур в виде полос локализованной пластической деформации. Таким образом, поддерживается открытость деформируемого твердого тела, как нелинейной динамической системы.

1.4 Эволюционный подход к описанию НДС нагружаемых твердых тел и сред

Как известно, механическое поведение нагружаемых твердых тел и сред определяется рядом факторов, таких как внешние условия нагружения (давление, температура, обводненность в случае геосред и т.д.), особенности внутренней структуры (размеры зерен, включений, объем порового пространства, наполнитель пор) и текстуры (анизотропия свойств). В зависимости от данных факторов одни и те же материалы могут проявлять как хрупкие, так и пластичные свойства. Так еще в 50-х годах прошлого века Н.Н. Давиденков писал, что следует говорить не о

пластичных и хрупких телах, а об их хрупком или вязком отклике на нагружение и предложил схему, описывающую переход нагружаемого материала из вязкого состояния в хрупкое [77].

Разработка достаточно общей и целостной методологии моделирования неупругого деформирования и разрушения различных твердых тел и сред остается актуальной и далеко незавершенной проблемой механики деформируемого твердого тела. Подобная методология должна базироваться на наиболее общих физических и математических идеях и должна позволять описывать неупругое деформирование и макроразрушение любой прочной среды (хрупкой и/или пластичной) в полях действующих сил.

Такими общими идеями и методами обладают представления о нагружаемой прочной среде как о многомасштабной нелинейной динамической системе [1,13,68,69], а наиболее общей методологией является методология нелинейной динамики [21,26,61], которая позволяет изучать деформационные процессы как эволюционные.

В данной работе развиваются идеи математической теории эволюции нагружаемых твердых тел и сред [1,14]. Одна из главных задач настоящей работы состоит в том, чтобы на примерах численного моделирования неупругой деформации и разрушения квазихрупких тел и сред, а также пластичных материалов, показать, что численные решения уравнений механики деформируемого твердого тела демонстрируют важнейшее фундаментальное свойство нелинейных динамических систем – свойство самоорганизованной критичности. Другая задача работы заключается в том, чтобы продемонстрировать способность развиваемого подхода к описанию макроразрушения как сверхбыстрого катастрофического этапа эволюции нагружаемой прочной среды – режима с обострением [22,23].

Формулировка критериев пластичности и/или разрушения

Одной из центральных проблем механики деформируемого твердого тела остается проблема формулировки условий или критериев разрушения. В настоящей работе эта проблема также решается на основе идей математической теории эволюции нагружаемых твердых тел и сред [1,14]. Материал считается разрушенным, когда его прочностные параметры в ходе эволюционного процесса деградируют до нуля. Такая точка зрения не согласуется с традиционными представлениями механики деформируемого твердого тела.

Согласно традиционным представлениям механики разрушения локальное разрушение в твердом теле происходит тогда, когда достигается предельная нагрузка. Весь опыт применения этого подхода к решению задач предельного проектирования показал его приемлемую работоспособность и корректность для решения многих практических задач. Однако мы ничего не можем сказать о самом процессе разрушения, тем более о его прогнозе. Даже, если решается динамическая задача, время разрушения никак не связано со свойствами среды и будет определяться скоростью роста упругих напряжений, которые полностью определены скоростями при-

ложения внешних нагрузок. Если к телу приложена некая постоянная или переменная нагрузка, можно вычислить только соответствующее напряженно-деформированное состояние и ответить на вопрос, достигнута или нет где-либо предельная нагрузка. В ряде важных случаев при решении инженерных задач такие ответы оказываются полезными и достаточными, но сказать что-либо о механизмах и сценариях формирования очага разрушения невозможно.

Колоссальное значение для механики разрушения имеет сформулированная Дж. Р. Ирвингом и Орованом концепция квазихрупкого разрушения. Она ознаменовала переход от идеального материала в концепции Гриффитса к реальным, в том числе и к пластичным материалам. Оказалось, что макроскопический хрупкий излом на более мелких масштабах вблизи поверхности излома всегда содержит заметные неупругие деформации [78,77]. Последнее означало, что разрушение, как и пластическое деформирование – процессы многомасштабные. Механика деформируемого твердого тела в рамках традиционных макроскопических представлений, базирующихся на силовых критериях, оказалась не готовой к решению подобных многомасштабных задач. И, если в изучении режимов развития отдельных единичных трещин было получено много важных результатов (см. например обзоры [78,79]), то решение проблемы разрушения материала, образца или конструкции, как многомасштабной нелинейной системы сугубо макроскопический подход предложить не смог.

Предлагаемые критерии перехода материала в пластическое состояние или разрушение никак не учитывали время приложения нагрузки, что вообще исключало возможность предсказывать время наступления разрушения. Однако огромный накопленный экспериментальный материал позволил сформулировать механикам ключевые идеи и на качественном уровне сформировать правильные представления об особенностях неупругого деформирования и последующего разрушения «пластичных» и «хрупких» сред. Понимание этого фундаментального свойства материалов позволило в дальнейшем сформулировать концепцию о невозможности описания предельного состояния материала одним уравнением [77]. Таким образом, в зависимости от вида напряженно-деформированного состояния материал может разрушаться как хрупко (отрывом) от нормальных напряжений, так и пластически (срезом) от касательных напряжений. Из этого был сделан фундаментальный вывод, что форма предельной поверхности и ее свойства полностью определены тремя параметрами напряженного состояния – октаэдрическим нормальным напряжением $\sigma_{\text{окт}}$, октаэдрическим сдвиговым напряжением $t_{\text{окт}}$ и видом напряженного состояния m (параметром Лоде-Надаи) [77].

Еще в 70-х годах прошлого века была установлена фундаментальная закономерность разрушения любых материалов: полному разрушению (и не только усталостному, но и любому) предшествует более или менее значительный подготовительный период. Например, для силикатных стекол, разрушение которых рассматривалось как мгновенное, скорость развития тре-

щины в начале процесса оказалась в тысячи раз меньше, чем на заключительном этапе [78] и это при том, что процесс разрушения в целом укладывается в несколько миллисекунд. Было понято также главное – проектировать и изготавливать конструкции надо таким образом, чтобы развитие трещин (раз они уже есть) было бы устойчивым и желательно предсказуемым процессом в широком диапазоне допустимых нагрузок, а сверхбыстрая критическая стадия была бы отодвинута как можно дальше.

Оказалось, что в устойчивом состоянии трещина не развивается, если внешняя нагрузка постоянна и меньше некоторого критического значения [78]. Другим фундаментальным результатом классической механики разрушения является то, что малое приращение внешней нагрузки dP приводит к такой же малой величине прироста длины или площади трещины при условии ее устойчивого состояния. Следовательно, для устойчивой трещины справедливо неравенство

$$\frac{dP}{dt} > 0, \text{ в неустойчивом закритическом состоянии при неограниченном росте трещины } \frac{dP}{dt} < 0.$$

Трещина начинает развиваться при достижении нагрузкой некоторой критической величины [61,63] и на этой закритической стадии скорость процесса разрушения возрастает на многие порядки. Следовательно, разрушение необходимо изучать как процесс, переходящий на заключительной стадии в катастрофический сверхбыстрый режим – в режим с обострением согласно терминологии нелинейной динамики [22,23], и только динамика может дать ответ на решение проблемы разрушения и описать различные сценарии формирования очага разрушения.

Критические значения нагрузок были получены как на основе энергетических соображений [80], так и на основе силовых критериев, впервые сформулированных Дж. Р. Ирвином. Для нас здесь важна эквивалентность этих двух подходов – энергетического и силового, также показанная в [81,82].

Понятно, что первоначально вслед за основополагающими работами Гриффитса и Дж. Р. Ирвина механика разрушения сосредоточила внимание на закономерностях развития единичных трещин. Главнейшие направления этих исследований можно сформулировать как следующие: 1) прочность твердых тел и сред с трещинами; 2) геометрия трещин и НДС вблизи трещин; 3) динамика трещин [78]. Решение задач о совместном развитии двух или нескольких трещин на основе этих классических подходов встретилось с практически непреодолимыми как математическими трудностями, так и ограничениями усредненного макроскопического подхода.

Бурное развитие идей и методов нелинейной динамики в эти же годы и в последующие десятилетия позволили С.П. Курдюмову с учениками сформулировать новую концепцию сверхбыстрых катастрофических этапов эволюции нелинейных систем – режимов с обострением [22,23] и аналитически и численно изучить виды и особенности этих режимов. Базовым

уравнением, демонстрирующим режимы с обострением в работах С.П. Курдюмова, было нелинейное уравнение теплопроводности. Оказалось, что пространственная локализация распределения параметров в любой нелинейной системе приводит к локализации процесса во времени. Наступает сверхбыстрый катастрофический этап эволюции – режим с обострением.

Эти идеи и полученные на их основе качественные результаты являются ключевыми и для понимания процесса разрушения [1,13,14]. В рассматриваемом случае хрупкого или квазихрупкого разрушения (а также при разрушении любых материалов и конструкций, пластичных металлов, хрупких бетонов, горных пород, геосред и т.д.) подготовительный процесс накопления неупругих деформаций или повреждений в хрупких средах локализуется в определенных областях. Эта подготовительная квазистационарная стадия в силу свойства самоорганизованной критичности деформируемого твердого тела как нелинейной динамической системы рано или поздно переходит в сверхбыструю катастрофическую стадию - режим с обострением по С.П. Курдюмову. Понятно, что любой прогноз разрушения в принципе не возможен без изучения особенностей развития этих стадий и условий перехода стадии устойчивого развития разрушения в неустойчивый сверхбыстрый режим.

Для нас важно то, что фактически уже в рамках традиционных подходов механики разрушения было обращено внимание на существование квазистационарной подготовительной стадии разрушения, связанной с накоплением неупругих деформаций и/или повреждений на масштабах существенно меньших, чем изучаемый макроскопический масштаб, а также на наличие сверхбыстрого катастрофического этапа разрушения на закритической неустойчивой стадии разрушения. Однако удовлетворительных математических моделей описания этих стадий и процесса разрушения в целом как многомасштабного явления традиционная механика не смогла предложить. Для решения этих задач и корректной постановки проблемы прогноза разрушения нужны были принципиально новые идеи и подходы, которые и были сформулированы в рамках подходов физической мезомеханики материалов [68,69] и нелинейной динамики [1,13,21,26,61].

Идеи физической мезомеханики, согласно которым процессы неупругой деформации и разрушения развиваются во всей иерархии масштабов, начиная от масштабов, соизмеримых с межатомными расстояниями, вплоть до макроскопического масштаба, равного характерному размеру исследуемого образца, являются в настоящее время общепризнанными. Достигнуто также понимание, что ключевое место занимает так называемый мезоуровень, объединяющий группу мезоскопических масштабов, отражающих наиболее значимые структурные элементы, ответственные за ведущие механизмы деформационных процессов.

Было также показано, что для обеспечения правильных качественных результатов при моделировании, а во многих случаях и хорошего количественного согласия, явный учет многих

масштабов является избыточным [1,13] и вполне достаточно для описания трех масштабных уровней: макроскопического усредненного уровня, мезоуровня, на котором явно вводятся в рассмотрение наиболее значимые структурные элементы (например, в случае керамического композита – это матрица и жесткие упрочняющие частицы, включая и их интерфейсы) и микроуровень, интегрально учитывающий более мелкие масштабы, чем мезоскопический масштаб явного учета структурных элементов. Обычно этому уровню описания соответствуют некие кинетические уравнения, описывающие вклады в макроскопическую деформацию и/или разрушение частиц, вносимые микроскопическими масштабами [1,18].

Таким образом, разрушение есть многомасштабный иерархический организованный процесс, а нагружаемое твердое тело – нелинейная динамическая система, которая эволюционирует под приложенными нагрузками по законам нелинейной динамики.

Математическая теория эволюции твердых тел и сред объединяет как базовые идеи традиционной механики деформируемого твердого тела, так и методы, подходы и идеи физической мезомеханики материалов и нелинейной динамики.

Заключение к разделу 1

Подводя итоги раздела, необходимо отметить, что нелинейная динамика, как наиболее междисциплинарная наука, предложила методологию изучения систем различной природы. Общность процессов самоорганизации, протекающих в нелинейных динамических системах различной природы, позволяет использовать методы и подходы, разработанные в одних дисциплинах, для анализа систем в других дисциплинах. Ключевым является понятие открытой системы, в которой существует обмен веществом и энергией с внешней средой. Вдали от равновесия в таких системах происходит самоорганизация, происходит подчинение большинства степеней свободы небольшому числу главных, называемых параметрами порядка. При переходных явлениях, называемых неравновесными фазовыми переходами, формируются диссипативные структуры, отражающие длинно-корреляционные взаимодействия между отдельными элементами в системе. Эволюция нелинейных динамических систем определяется взаимодействием дестабилизирующей роли положительной обратной связи и стабилизирующей роли отрицательной обратной связи.

Существенная зависимость нелинейных динамических систем от точности определения их «начального состояния» приводят к нарастанию флуктуаций в ходе эволюции и принципиальной непредсказуемости поведения таких систем, начиная с некоторого порога, называемого «горизонтом прогноза».

В системах с очень сильной положительной обратной связью наблюдается взрывной характер поведения вблизи временного порога, называемого «временем обострения», при этом происходит неограниченный рост за очень малое время одной из величин, характеризующих систему, по сравнению с квазистационарной стадией.

Одним из важнейших свойств нелинейных динамических систем являются степенные законы в зависимостях между параметрами в системе. Степенные законы определяют масштабную инвариантность или самоподобие системы через фрактальную размерность. Фрактальность нелинейных динамических систем, по-видимому, определяется устойчивой структурой резонансов, при которой система отбирает резонансные частоты из всего спектра наложенных внешним возмущением частот.

В следующих главах изложенные основные идеи нелинейной динамики будут применены для анализа эволюции нагружаемых твердых тел и сред.

Физическая мезомеханика рассматривает нагружаемое твердое тело как многомасштабную иерархически организованную нелинейную динамическую систему. Пластическая деформация и разрушения рассматриваются как процессы, развивающиеся во всей иерархии масштабных уровней, и классифицируются как последовательная потеря сдвиговой устойчивости при переходе с масштаба на масштаб. Важнейшим является промежуточный мезоскопический уровень, на котором рассматриваются значимые элементы структуры – базовые концентраторы напряжений в виде границ испытательная машина – образец, поверхностные слои и межфазовые границы в твердом теле. На микроуровне пластическое течение обеспечивается трансляционным сдвигом по кристаллографическим плоскостям, на более высоких уровнях определяющую роль играют поворотные моды деформации, приводящие к движению отдельных элементов объема по схеме «сдвиг+поворот». Разрушение наступает при глобальной потере устойчивости на заключительной стадии деформирования при фрагментации твердого тела на взаимодействующие части.

Волновая природа пластического течения и разрушения подтверждается значительным объемом экспериментальных данных, полученных в ИФПМ СО РАН за последние 30 лет, и свидетельствует о самосогласованности пластического течения и разрушения во всей иерархии масштабов. Автоколебательный характер пластического течения поддерживается открытостью деформируемого твердого тела в поле приложенных воздействий, как нелинейной динамической системы.

В настоящее время можно считать общепризнанным, что нагружаемые твердые тела и среды представляют собой нелинейные динамические системы [1,13,18,73], которые под приложенными воздействиями эволюционируют по законам нелинейной динамики. Примеры самоорганизации, приведенные в параграфе 1.1, имеют прямую аналогию с процессами самоорганизации в твердых телах. Явления неравновесности, пороговости, неустойчивости, необратимости и др. наблюдаются в нагружаемых твердых телах в процессе эволюции в поле внешних сил. Так, например, в силу неоднородного строения твердых тел – за счет наличия различного рода несовершенностей структуры, таких как поры, включения, границы зерен и т.д. при нагружении на масштабных уровнях ниже макроскопического, состояние твердого тела является существенно неравновесным, а значит к нему применимы методы, разработанные в термодинамике систем, находящихся вдали от равновесия [62].

Пороговость проявляется, например, в том, что по достижении уровня напряжений в твердом теле некоторого порогового значения, в нем начинают копиться повреждения, начиная с самых малых масштабов, размеры которых соизмеримы с размерами кристаллической решетки и заканчивая масштабами, соизмеримыми с размерами самого тела [15], при этом этот порог может быть очень малым и быть существенно ниже уровня прочности твердого тела. Данный вопрос подробно рассмотрен в разделе 3.

Стадийность эволюции НДС в нагружаемом твердом теле – наличие квазистационарной фазы сравнительно медленного накопления неупругих деформаций и повреждений на разных масштабах и сверхбыстрого автокаталитического режима с обострением, рассмотрена в разделах 3, 4, 5.

Неустойчивости играют фундаментальную роль в эволюции нелинейных динамических систем, прежде всего это связано с возможностью спонтанных изменений сценариев эволюции или смены русел. Наиболее ярко неустойчивость деформационного процесса в нагружаемых твердых телах проявляется при прерывистом течении ряда металлических сплавов и композитов на основе металлов [76,83,84]. Неустойчивость деформационного процесса присутствует всегда при нагружении твердых тел, однако, она становится макроскопически заметной только в том случае, если различного рода дефекты, генерируемые твердым телом в процессе эволюции под приложенными воздействиями, действуют когерентно или согласовано (например, поток дислокаций). В этом случае, флуктуация, вызванная элементарным актом дислокационного скольжения, за счет кооперативных эффектов будет усиливаться в разы, что приведет к заметным изменениям напряженно-деформированного состояния твердого тела, как в локальных областях, так и для всего тела в целом за счет информационного обмена посредством упругих волн напряжений. Неустойчивость деформационного процесса обусловлена состоянием динамического хаоса (далее ДХ) или самоорганизованной критичности (далее СОК), в котором

находится нагружаемое твердое тело. В этом состоянии единственно возможным способом поддержания квазиравновесного состояния является локальная неустойчивость, при сохранении общего тренда пластического течения, что приводит к разномасштабным флуктуациям НДС, отвечающих степенной статистике. Данный вопрос подробно рассмотрен в 4 разделе настоящей работы.

Как отмечалось выше, для систем находящихся вдали от равновесия, диссипативные структуры выступают в качестве «архитекторов порядка» [20]. В твердом теле необратимость также играет существенную роль, так как фактически вся стадия предразрушения сопровождается формированием, движением, сменой диссипативных структур – полос локализованной неупругой деформации, а также микро и мезо трещин. Формирование диссипативных структур непосредственно связано со структурной неустойчивостью всей системы, так как за счет необратимости неупругих деформаций, а также разрушений на микро и мезомасштабных уровнях, стадия предразрушения нагружаемого твердого тела или среды, как системы, сопровождается постоянными (непрерывными или дискретными) изменениями свойств системы. Таким образом, мы фактически имеем дело не с одной нелинейной динамической системой, а с целым набором таких систем [85]. Подробно вопрос описания необратимых деформаций рассмотрен в разделах 3, 4, 5.

Одной из актуальных задач МДГТ по-прежнему остается формулировка критериев пластичности или разрушения. В большинстве современных работ по моделированию деформирования и разрушения нагружаемых твердых тел используются усложненные модели разрушения с достаточно большим числом параметров. Однако в подавляющем большинстве по-прежнему используются критериальные подходы – начиная от неявного учета разрушения, при достижении нагрузок предельных величин, например [86-88]; описания разрушения как многомасштабного процесса накопления неупругих деформаций и повреждений, в результате которого физико-механические свойства среды деградируют практически до нуля [17,89,90]; до явного учета разрушения, когда в процессе нагружения в материале образуются новые поверхности, на которых необходимо задавать дополнительные условия [5]. Численное описание образования новых поверхностей является достаточно сложной задачей и используется редко.

В то же время, существуют работы, в которых отмечается, что упругость и неупругость (пластичность) являются фундаментальными свойствами среды и математически не должны быть разделены какими-либо критериями. В этом случае несовершенства структуры среды и способность перехода в пластическое состояние (пористость, дефектность, блочность, трещиноватость и т.д.) становятся неотъемлемыми атрибутами самой среды. Уравнения движения таких сред имеют несколько иной вид по сравнению с классическими уравнениями движения ме-

ханики сплошных сред. Пространство в этом случае является квантованным. Подобный подход развивается в работах Б.П. Сибирякова [8].

2 Математическая постановка задачи эволюции нагружаемых твердых тел и сред

2.1 Математическая теория эволюции нагружаемых твердых тел и сред

В основе математической теории эволюции твердых тел и сред лежат уравнения механики деформируемого твердого тела, как фундаментальные уравнения математической физики, отражающие самые общие природные законы сохранения массы, импульса, моментов импульса и энергии [1]. Все многообразие физических механизмов неупругой (пластической) деформации и процессов дилатансии, т.е. развития несплошностей разных масштабов и различной физической природы на этом феноменологическом уровне описания интегрально отражается путем задания нелинейных функций отклика среды на нагружение – эволюционными определяющими уравнениями первой и второй группы. Определяющие уравнения первой группы соответствуют уровню усредненного макроскопического описания. Эти уравнения задают связи между макроскопическими усредненными параметрами среды: скоростями изменения напряжений и скоростями неупругой деформации, а также скоростями накопления средой несплошностей (повреждений). В них должны также входить источники неупругой деформации и повреждений, на которых могут возникать нестационарные диссипативные структуры [1]. Эти уравнения должны также включать положительные и отрицательные обратные связи между параметрами. Такие обратные связи являются регуляторами образования различных структур в нагружаемой среде [1,89]. Другая фундаментальная функция обратных связей заключается в формировании конкретных сценариев эволюции деформируемой среды. В частности они играют определяющую роль в переходе процесса разрушения от квазистационарной фазы эволюции в сверхбыстрый катастрофический режим. Именно конкуренция стабилизирующей роли отрицательной обратной связи и дестабилизирующей положительной обратной связи во всей иерархии масштабов приводит к тому, что неупругое деформирование и разрушение есть последовательность нарастающих катастроф, разделенных квазиравновесными стадиями сравнительно медленного процесса накопления повреждений.

Эволюционные уравнения второй группы – это кинетические уравнения, задающие скорости накопления неупругой (пластической в том числе) деформации или скорости накопления повреждений. Эволюционные уравнения второй группы устанавливают связи между макроско-

пическим уровнем описания и процессами на более мелких масштабах, т.е. на «микроуровне». В настоящем контексте под «микроуровнем» понимается иерархия масштабов, которые не вводятся явно в рассмотрение, а учитываются интегрально путем задания соответствующих кинетик накопления различного рода несплошностей и повреждений средой. Определяющие уравнения второй группы включают также уравнения, отражающие изменения усредненных макроскопических прочностных характеристик среды или геоматериала. Они включают как скорости деградации прочностных характеристик за счет накопленных повреждений, так и скорости восстановления прочности вследствие «залечивания» повреждений, если этот процесс имеет место [1].

В качестве предельной поверхности в настоящей работе взята поверхность, удовлетворяющая требованию обобщения условий пластичности и хрупкого разрушения [77], кратко отмеченного выше, а также учитывающая вид напряженного состояния. Общий вид такой поверхности может быть записан в следующей форме

$$f(\sigma_{\text{окт}}, \tau_{\text{окт}}, \mu_{\sigma}, c_i) = 0 \quad (2.1)$$

здесь c_i – некоторые материальные характеристики среды, отражающие в данном случае различное сопротивление хрупкого материала растяжению и сжатию, μ_{σ} – параметр Лоде-Надаи.

В работах [91,92] на основе обобщения гипотезы Кулона-Мора Д. Друккером и В. Прагером было сформулировано условие текучести следующего вида:

$$f = \frac{a}{3} J_1(s_{ij}) + J_2^{1/2}(s_{ij}) - Y \quad (2.2)$$

которое частично удовлетворяет условию (2.1) (нет зависимости от вида напряженного состояния) и учитывает внутреннее трение (a) и дилатансию. Причем, согласно понятию пластического потенциала, который в данном случае ассоциированного закона пластического течения совпадает с функцией текучести (2), для скоростей неупругой деформации $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ получаем

$$\text{следующее выражение: } \dot{\epsilon}_{ij}^p = k \frac{\partial f}{\partial s_{ij}} = k \frac{\partial a}{\partial \epsilon} d_{ij} + \frac{s_{ij}}{2J_2^{1/2}} (s_{ij}) \dot{\epsilon}_{ij} \quad (2.3)$$

Следовательно, в модели Друккера-Прагера дилатансия $\dot{\epsilon}_{ii}^p$ является величиной зависимой, полностью определенной параметром внутреннего трения a :

$$I_1(\dot{\epsilon}_{ij}^p) = \dot{\epsilon}_{ii}^p = k a \quad (2.4)$$

В расчетах будем пользоваться модификацией уравнений (2.2), (2.3), предложенной В.Н. Николаевским [93] и подробно изученной в [5,18], в которой дилатансия независима от внутреннего трения, что приводит к неассоциированному закону неупругого деформирования материала [93]. Как показано в [18,93], эта модель хорошо описывает как поведение грунтов, так и

горных пород, для которых процесс и деформации и разрушения были подробно изучены в работах Ю.П. Стефанова [5-7].

В представленном варианте модели неупругая деформация квазихрупкого материала обеспечивается накоплением повреждений на микроуровнях и описана приведением напряжений к мгновенной предельной поверхности. Эта процедура, как было показано С.С. Григоряном [94] эквивалентна теории неупругого течения. Таким образом, накапливаемая незначительная неупругая деформация соответствует стадии предразрушения квазихрупкого материала. Функция меры поврежденности среды D описывается кинетическим уравнением и зависит от вида напряженного состояния \mathfrak{m} . В модель введена процедура деградации прочностных характеристик материала и упругих модулей по мере накопления средой повреждений. На заключительной сверхбыстрой катастрофической стадии предразрушения скорость деградации возрастает на многие порядки, что приводит в соответствующих локальных областях к обвальной деградации прочностных параметров материала – режиму с обострением, $Y \otimes 0$ в (2.2), т.е. материал считается разрушенным.

Понимание того, что макроразрушение происходит в областях деградированного материала с пониженными прочностными характеристиками было достигнуто давно, так в монографии [77] в разделе «механические теории предельного состояния» пишется: «при разрушении срезом образование трещины подготавливается пластической деформацией под действием касательных напряжений (2-го рода). Происходит «разрыхление» материала (т.е. накопление повреждений и дефектов на микромасштабах), и силы сцепления по площадкам скольжения снижаются до нуля». Однако должного отражения в макроскопических моделях этот факт не нашел и критериальные теории предельного состояния исходят из того, что разрушение происходит при достижении в материале максимальных предельных напряжений. Кроме того, разрушение рассматривалось как мгновенный акт, в то время как это длительный процесс накопления дефектов и повреждений во всей иерархии масштабов, включая и всю устойчивую квазистационарную стадию, предшествующую сверхбыстрому катастрофическому режиму, который в свою очередь полностью подготавливается и определяется квазистационарной стадией.

Таким образом, стадия лавинного роста скорости неупругой деформации и как результат катастрофической деградации прочности материала и есть собственно разрушение материала в представляемой модели. Такой подход снимает известные противоречия между описанием неупругой деформации, предваряющей разрушение материала, и соответствующими расчетами на прочность.

Действительно, в развиваемом подходе на макроскопическом уровне континуального описания деформируемая среда остается консолидированной пусть и с существенно пониженными прочностными характеристиками. Такой взгляд на деформационный процесс на фор-

мальном уровне описания не делает различия между пластическим деформированием и разрушением в общепринятом традиционном понимании этих процессов в рамках усредненного макроскопического подхода, например, между пластическим течением металлов и квазихрупким деформированием горных пород или геосред. И в том и в другом случае изучается неупругая деформация нагружаемой среды, в процессе которой нарастает деградация прочностных параметров среды за счет накапливаемых дефектов. Термин «неупругая» деформация подразумевает, что деформационный процесс остается непрерывным, а среда сплошной только на макроуровне и обеспечивается дискретными актами неупругого деформирования, т.е. разрушения на микро и мезоуровнях, накапливаемыми дефектами разных масштабов и различной физической природы. Такой общий подход позволяет отвлечься от множества конкретных механизмов и сосредоточить внимание на общих закономерностях деформационных процессов в твердых телах как нелинейных динамических системах.

В соответствии с эволюционной концепцией описания процессов неупругого деформирования и последующего разрушения [1] полная система уравнений включает:

1. фундаментальные законы сохранения:

- Массы
$$\frac{dr}{dt} + r \operatorname{div} \bar{u} = 0$$
- Количества движения
$$r \frac{du_i}{dt} = \frac{\partial s_{ij}}{\partial x^j} + r F_i \quad (2.5)$$
- Энергии
$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{r} s_{ij} \frac{de_{ij}}{dt}$$

2. Эволюционные уравнения первой группы, записанные в релаксационной форме, в которых приращения напряжений $Ds_{ij} = \mathcal{S}_{ij} Dt$ пропорциональны приращениям полных скоростей деформаций \mathcal{E}_{ij}^T и релаксируют пропорционально развитию неупругой скорости деформации \mathcal{E}_{ij}^P . Процедура снесения напряжений на мгновенную предельную поверхность будет означать мгновенную релаксацию напряжений на каждом временном шаге до некоего динамического равновесия, определяемого как релаксацией, так и скоростью деградации прочностных и упругих параметров среды. При $\mathcal{E}_{ij}^P > \mathcal{E}_{ij}^T$ в (2.6) $Ds_{ij} < 0$, идет релаксация, реализуется отрицательная обратная связь, стабилизирующая деформационный процесс в состоянии динамического равновесия [1,89], определяемого текущим значением прочностных параметров, при $\mathcal{E}_{ij}^P < \mathcal{E}_{ij}^T$ $Ds_{ij} > 0$ и напряжения растут, в этом случае непосредственно реализуется положительная обратная связь, приводящая к катастрофе - макроскопическому разрушению. Определяющую роль перехода эволюции прочности среды в сверхбыстрый катастрофический режим

будут играть особенности накопления средой локализованных неупругих деформаций и соответствующая деградация физико-механических параметров, о чем будет сказано далее:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij} &= l(\dot{\epsilon}^T - \dot{\epsilon}^P)d_{ij} + 2m(\dot{\epsilon}_{ij}^T - \dot{\epsilon}_{ij}^P), & s_{ij} &= (-P d_{ij} + S_{ij}) \\ \dot{P} &= -K \frac{\dot{V}}{V}, & \frac{DS_{ij}}{Dt} &= 2m \frac{\dot{\epsilon}_{ij}^T}{\epsilon} - \frac{1}{3} \dot{\epsilon} d_{ij} \frac{\ddot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}}, & \frac{DS_{ij}}{Dt} &= \dot{S}_{ij} - S_{ik} \dot{\omega}_{jk} - S_{jk} \dot{\omega}_{ik}, \\ \dot{\epsilon}_{ij}^T &= \frac{1}{2} \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x^j} + \frac{\dot{u}_j}{x^i} \frac{\ddot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}}, & \dot{\omega}_{ij} &= \frac{1}{2} \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x^j} - \frac{\dot{u}_j}{x^i} \frac{\ddot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

здесь D/Dt – коротационная производная Яумана, учитывающая поворот элементов среды при деформировании.

3. Задачей эволюционных уравнений второй группы является определение скоростей неупругих деформаций в уравнениях (2.6). В общем случае это кинетические уравнения, задающие скорости неупругой деформации и обеспечивающие релаксацию упругих напряжений в (2.6). В настоящей работе компоненты тензора скоростей неупругой деформации определим в соответствии с теорией пластического течения и мгновенной релаксации напряжений на каждом временном шаге.

Модель квазихрупкой среды

Предельная поверхность напряжений записана в форме Мизеса-Шлейхера (2) и является обобщением критерия текучести Кулона-Мора. За основу взята модель Друккера-Прагера-Николаевского с неассоциированным законом течения, позволяющая описывать процесс дилатансии как независимый от внутреннего трения. В этом случае уже неассоциированного закона неупругого течения пластический потенциал не совпадает с функцией текучести и для предельной поверхности (2.2) записывается в виде [5,18,93]:

$$g(s_{ij}) = I_2 + \frac{L}{3} I_1 \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} - \frac{a}{3} I_1 \frac{\ddot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}} + const, \quad (2.7)$$

компоненты тензора скоростей неупругой деформации определяются следующим образом [18,93]:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^P = \dot{\epsilon} \frac{\partial g}{\partial s_{ij}} = (s_{ij} + \frac{2}{3} L (Y - \frac{a}{3} I_1) d_{ij}) \dot{\epsilon}, \quad \dot{\epsilon}_1^P = 2L (\dot{\epsilon}_2^P)^{1/2} \quad (2.8)$$

что позволяет установить связь между объемной и сдвиговой составляющими пластической деформации (второе уравнение в (2.8)), где L имеет смысл коэффициента дилатансии. Однако модель пока не связана с видом напряженного состояния. Эта зависимость будет прописана при задании скорости накопления повреждений.

4. Разрушение материала в развиваемом подходе описано как процесс обвальной деградации прочности материала до нуля при формировании трещины на сверхбыстрой катастрофи-

ческой стадии эволюции НДС, являющейся завершающим этапом предразрушения, однако среда остается консолидированной при $Y \geq 0$. Следовательно, остаются справедливыми все уравнения неупругого деформирования (2.1)-(2.8), нет также необходимости вводить в модель прочностные параметры, определяющие «предельное» состояние материала. По развиваемым в настоящей работе представлениям предельное состояние должно формироваться в нагружаемой среде по мере накопления в ней неупругих деформаций - повреждений. Необходимо только задать величину Y_0 - исходную прочность материала.

Согласно идеям классиков кинетической концепции разрушения (Н.С. Журкова, А.В. Степанова, Р. Беккера, Я. И. Френкеля и других) [95-99] для того, чтобы довести неповрежденный кристалл до состояния локального сдвига надо совершить работу, пропорциональную разнице свободных энергий F идеального кристалла и кристалла в текущем состоянии $A(\sigma) \sim V \frac{\sigma_0^2 - \sigma^2}{2\mu}$ (V - объем, σ_0 - значение теоретической прочности). Вслед за Р. Беккером [64], написавшим, что $A(s) \sim V \frac{(s_0 - s_{мек})^2}{2m}$, в механике разрушения широко стали применять феноменологические выражения для оценки меры накопления повреждений D следующего вида $D = \int_0^t \frac{(\sigma_0 - \sigma)^2}{\sigma_*^2 t_*^2} dt$, $0 \leq D \leq 1$.

Орован положил энергию активации, зависящей только от величины пластической (неупругой) деформации и принял, что $\Delta\sigma = \sigma - \sigma_0 = h\epsilon_p$, где h - коэффициент деформационного упрочнения [100]: $F(\sigma) \sim V \frac{\epsilon_p^2}{2\mu}$.

Для задания функции меры поврежденности нагружаемой среды мы воспользуемся этой идеей Орована. Анализ и критику различных подходов к виду записи зависимостей для запасенной энергии при неупругой деформации можно найти, например, в [101].

Функцию деградации среды $D = D(t, m_s, e)$ в ее простейшем варианте представим в виде зависимости от накапливаемой средой неупругой деформации $e_{тек} - e_0 = \epsilon_p$ и вида напряженного состояния. Это феноменологическое выражение (2.9) соответствует идее Орована о пропорциональности энергии активации, необходимой для доведения объема среды V до состояния локального сдвига, накапливаемой пластической (неупругой) деформации:

$$D = \int_{t_0}^t \frac{[H(m_s)(e_{тек} - e_0^C)^2 + (1 - H(m_s))(e_{тек} - e_0^T)^2] dt}{e_*^2 [H(m_s)t_*^C + (1 - H(m_s))t_*^T]},$$

$$e = e_0 \cdot (1.01 + m_s)^2, m_s = 2 \frac{S_2 - S_3}{S_1 - S_3} - 1, H(m_s) = \begin{cases} 1, m_s \geq 0 \\ 0, m_s < 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Здесь $H(x)$ – функция Хевисайда, $e_{\text{тек}}$ – интенсивность тензора полных деформаций, e_0^C , e_0^T – начальные степени деформации на упругой стадии, по достижении которых в материале начинается накопление повреждений в областях сжатия и растяжения соответственно. Причём $e_0^T \ll e_0^C$, таким образом, повреждения в областях растяжения – сдвига ($\mu_\sigma < 0$) начинают копиться при существенно меньших напряжениях, чем при $\mu_\sigma > 0$ в областях сжатия – сдвига. Скорости накопления повреждений $1/t_*^T$ для локальных областей, где $\mu_\sigma < 0$ также существенно выше, чем $1/t_*^C$ в областях сжатия – сдвига ($\mu_\sigma > 0$). Этот процесс дополнительно регулируется параметром $\varepsilon_* = \varepsilon_*(\mu_\sigma)$ в (2.9). Таким образом, отклик среды на вид напряжённого состояния (её текущая прочность) формируется в среде в процессе её нагружения. Следовательно, прочностные параметры будут деградировать существенно быстрее в тех областях среды, где коэффициент Лоде – Надаи пониженный, $\mu_\sigma < 0$, т.е. преимущественный характер напряжённо-деформированного состояния определяется растяжениями – сдвигами. Этот отклик зависит также от истории нагружения. Если какая-то частица среды прежде испытывала, например, растяжение – сдвиг, а потом вид напряжённо-деформированного состояния изменился на сжатие – сдвиг, то процесс дальнейшего разрушения будет развиваться уже при пониженных прочностных параметрах, хотя и более медленно, в соответствии с кинетикой (2.9). ε_{0*} – параметр модели, t_* имеет смысл характерного времени процесса. S_1, S_2, S_3 – главные значения девиатора тензора напряжений.

Любое твердое тело под нагрузкой рано или поздно разрушается, причем макроскопическое разрушение обычно представляется как мгновенное, в то время как устойчивая стадия неупругого деформирования как стадия предразрушения может быть весьма продолжительной. Мы покажем также, что для квазихрупких сред в стесненных условиях деформирования за счет дилатансионных процессов сверхбыстрая закритическая стадия также может быть существенно затянута во времени. В модели эти процессы описаны зависимостью для меры накопления повреждений D и законом деградации. Более подробно модель описана в работах [1,3] из списка работ, опубликованных по теме диссертации.

Модель упруго-пластической среды с дислокационной кинетикой пластических сдвигов

Полагаем, что в силу неупорядоченной ориентации множества зерен в поликристаллических металлах, процесс релаксации изотропен и каждая компонента тензора напряжений релаксирует сходным образом, пропорционально релаксации динамического предела текучести Y_0' , который совпадает с мгновенным значением интенсивности напряжений σ_1 . В этом случае ре-

лаксационное уравнение (первое уравнение в (2.6)) можно записать через интенсивность напряжений в виде

$$\dot{\sigma}_i = 3G(\dot{\varepsilon}_i^T - \dot{\varepsilon}_i^P) \quad (2.10)$$

где G – модуль сдвига, $\dot{\varepsilon}_i^T$ – интенсивность полных скоростей деформаций, $\dot{\varepsilon}_i^P$ – интенсивность пластической составляющей. Релаксационный процесс организован следующим образом. Из закона Гука находится приращение интенсивности текущих напряжений, которое пропорционально приращению интенсивности полных деформаций. Если эти напряжения превысили статический предел текучести, определяемый по формуле $Y_0' = Y_0 + \Delta Y(\varepsilon^P)$, где $\Delta Y(\varepsilon^P)$ – приращение статического предела текучести за счет деформационного упрочнения, то выполняется процедура релаксации по формуле (6). Затем все значения текущих напряжений нормируются по величине отрелаксированной интенсивности напряжений

$$\sigma_{ij}^{Рел} = \sigma_{ij}^{Тек} \cdot \frac{\sigma_i^{Рел}}{\sigma_i^{Тек}} \quad (2.11)$$

Таким образом, в каждой частице среды, на каждом этапе деформирования, устанавливается индивидуальное значение динамического напряжения течения. Это динамически равновесное напряжение течения превышает статический предел текучести в соответствии со скоростной чувствительностью материала, определяемой текущим состоянием микроструктуры. Скорость интенсивности пластических деформаций определяется из уравнения Орована $\dot{\varepsilon}_i^P = gb\rho(\varepsilon^P)f(\varepsilon^P)v(Y)$, где g – ориентационный множитель, b – модуль вектора Бюргерса, $\rho(\varepsilon^P)f(\varepsilon^P)$ – плотность подвижных дислокаций, $v(Y)$ – скорость подвижных дислокаций.

Кинетика накопления деформационных дефектов задана следующими уравнениями. Плотность дислокаций определяется в соответствии с кинетикой, изложенной в работах [102-104]:

$$\rho(\varepsilon^P) = \rho^* + (\rho^0 - \rho^*)e^{\frac{A}{gb}\varepsilon^P} \quad (2.12)$$

здесь ρ^0 , ρ^* – начальная и предельная плотности дислокаций соответственно, A – параметр, определяемый расстоянием, проходимым дислокацией между последовательными актами размножения, ε^P – накопленная пластическая деформация.

$$f(\varepsilon^P) = f^* + (f^0 - f^*)e^{\frac{B}{gb}\varepsilon^P} \quad (2.13)$$

где f^0 , f^* – начальная и предельная доли подвижных дислокаций соответственно, B – параметр, определяемый расстоянием, проходимым дислокацией до ее закрепления.

Скорость дислокаций определяется следующим образом:

$$v(Y) = v_0 \frac{ST^2}{1+ST^2} ST = \frac{(Y-Y_0-Y_{bs})}{\beta} \quad (2.14)$$

где v_0 – предельная скорость дислокаций, равная сдвиговой скорости звука, Y – интенсивность касательных напряжений, Y_0 – начальный предел текучести, Y_{bs} – напряжение, определяющее деформационное упрочнение, b – коэффициент дислокационного торможения.

$$Y_{bs} = \alpha b G \sqrt{\rho(\epsilon^P)} \quad (2.15)$$

где α – коэффициент междислокационного взаимодействия.

В расчётах соответствующие коэффициенты дислокационной кинетики подбирались по данным экспериментов по растяжению сплавов Al-Mg, в соответствии с реальными значениями дислокационных параметров.

На рисунке 11 приведены расчеты $\sigma \sim \epsilon$ диаграмм для мягкой стали для различных скоростей деформирования в сравнении с данными экспериментов работы [105], выполненные по приведенной модели (без учета повреждаемости). Параметры дислокационной кинетики подбирались не только, чтобы расчёты совпадали с экспериментами, но и чтобы расчётные плотности дислокаций и другие дислокационные параметры соответствовали наблюдаемым [106].

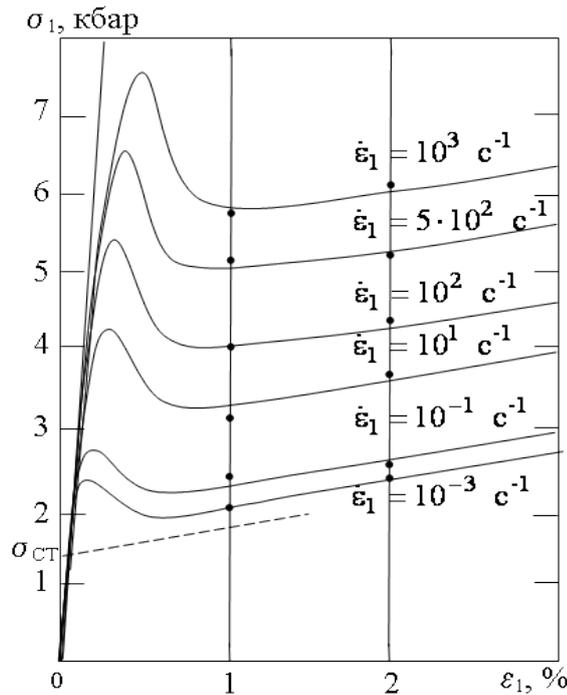


Рисунок 11 – Расчётная $\sigma \sim \epsilon$ диаграмма мягкой стали в сравнении с экспериментами (•) работы [106] при следующих параметрах дислокационной модели. $N_0 = 2 \times 10^8 \text{ см}^{-1}$, $a = 10^{11} \text{ см}^{-2}$,

$$b = 2,5 \times 10^{-8} \text{ см}, v_0 = 3,25 \times 10^5 \text{ см/с}.$$

Величина и форма зуба текучести в модели полностью определяется балансом скоростей деформирования: $\dot{\epsilon}^T$ полной локальной скоростью деформирования $\dot{\epsilon}^T = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p$, определяемой скоростью растяжения и упругими взаимодействиями частиц. Скорость релаксации на началь-

ном участке диаграммы определяется как начальной плотностью дефектов, так и возможностями среды накапливать деформационные дефекты и формировать локальные значения скоростей пластического течения $\dot{\epsilon}^P$. Процесс релаксации начинается сразу при достижении напряжениями величин статического предела текучести Y_0' .

Когда накопленных в процессе деформирования дислокаций еще не достаточно для быстрой релаксации, средние напряжения продолжают расти согласно релаксационному уравнению (2.6). По мере накопления деформационных дефектов растет неупругая составляющая полной скорости деформации $\dot{\epsilon}^P$, увеличивая скорость релаксации, что и ведет к снижению напряжения пластического течения. Кривая течения всё больше отклоняется от прямой, отвечающей упругому нагружению, достигает максимального значения и снижается до равновесного значения. Таким образом, релаксационная модель обеспечивает динамическое равновесие между прилагаемой скоростью деформирования и реакцией материала, определяемой эволюцией его микроструктуры. В нагружаемой среде на каждом этапе деформационного процесса вырабатывается некоторое равновесное динамическое напряжение течения.

На рисунке 12 показано влияние начальной плотности дефектов на скорость релаксации на начальном этапе нагружения и как результата на величину зуба текучести. В этих расчётах был использован упрощённый линейный вариант для функции роста плотности дефектов.

$$N \gg N_0 + N * \frac{A}{|g|b} e^P = N_0 + a e^P, \text{ где } a \gg N * \frac{A}{|g|b} \gg 10^{11} \text{ см}^{-2} \quad (2.16)$$

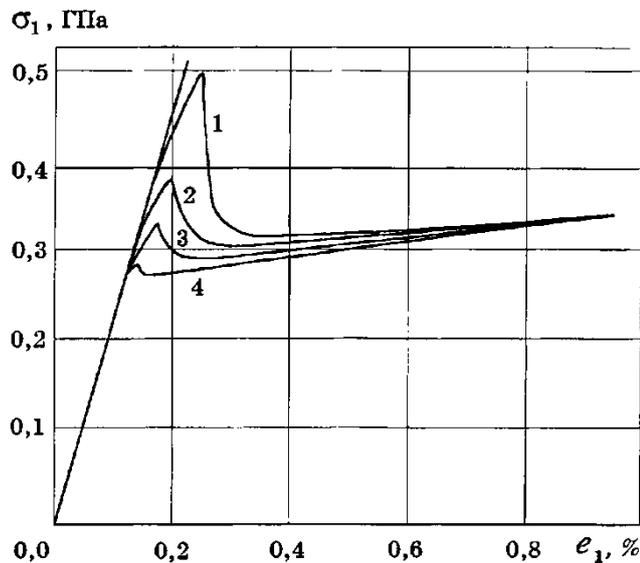


Рисунок 12 – Влияние начальной плотности дислокаций N_0 на величину зуба текучести N_0 : 1 – 10^6 см^{-2} , 2 – 10^7 см^{-2} , 3 – 10^8 см^{-2} , 4 – 10^{10} см^{-2} из работы [106].

Таким образом, релаксационный подход к моделированию кривых течения полностью объясняет как особенности скоростной чувствительности нагружаемых материалов, так и возникновение и величину зуба текучести без привлечения каких-либо специальных микромеханизмов, например ДДС. Если особенности дислокационной кинетики таковы, что в широком диапазоне скоростей деформирования обеспечивается высокая скорость пластического течения $\dot{\epsilon}^P$, достаточная для полной релаксации напряжений, то скоростная чувствительность такого материала будет минимальной, кривые течения будут гладкими без зуба текучести и максимально близкими к квазистатической кривой деформирования. Подробные численные эксперименты по моделированию скоростной чувствительности пластичных металлов, на основе описанной кинетики, можно найти в работах [87,107].

Нами было изучено также влияние начальной неоднородности нагружаемых образцов на вид кривых течения. Полагая, что произвольная начальная ориентация зёрен поликристаллического образца приводит к заметному отличию напряжений начала пластического течения в отдельных зёрнах, для каждой частицы (зерна) случайным образом задавался индивидуальный предел текучести. Величина разброса пределов текучести ΔY_{ijk} от среднего значения Y_{cp} ($Y_{ijk} = Y_{cp} + \Delta Y_{ijk}$) варьировалась в широких пределах. Здесь индексами i, j, k помечено геометрическое распределение зёрен в трёх направлениях X, Y, Z соответственно (X -длина образца, ось нагружения, Y - ширина образца, Z - его толщина). Значение ΔY_{ijk} бралось до $\pm 50\%$ от среднего значения. Во всех случаях нагружения наблюдались идеально гладкие кривые течения. Первыми деформируются наиболее слабые зерна, рост неупругой деформации, а значит и нарастание деформационного упрочнения в этих зернах приводит к выравниванию напряжений течения во всей зеренной структуре. Наиболее прочные зерна могут быть вовлечены в процесс пластического течения на поздних этапах деформирования, когда среднее значение напряжения деформирования образца сравнивается с величиной их начальных пределов текучести.

Таким образом, релаксационная модель обеспечивает подстройку всех зёрен под общий процесс деформирования. Понятно, что пространственное распределение неупругой деформации в результате такой подстройки оказывается существенно неоднородным.

2.2 Метод М.Л. Уилкинса как инструмент моделирования эволюции нагружаемых твердых тел и сред

Некоторый представительный объем сплошной среды разбивается регулярной сеткой с формой ячеек в виде произвольного четырехугольника (в самом общем случае), по которой осуществляется интегрирование системы дифференциальных уравнений математической физики в частных производных, описывающей движение сплошной среды, явным конечно-разностным методом с аппроксимацией пространственных производных в соответствии с шаблоном, представленным на рисунке 13б [108].

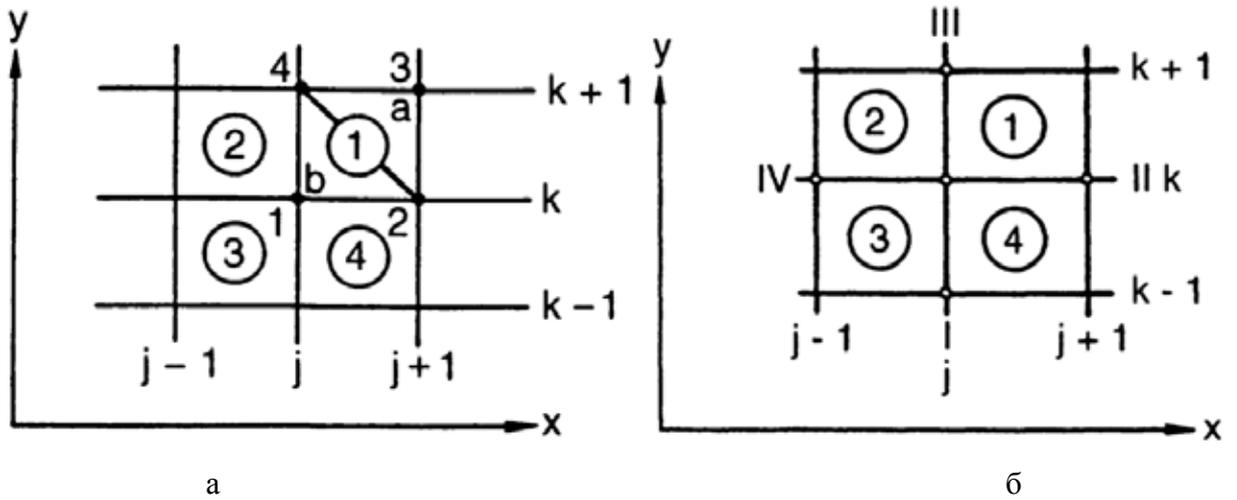


Рисунок 13 – Схема для вычисления масс узлов расчетной сетки (а), схема для интегрирования уравнений движения (б).

1. Вычисление объемов расчетных ячеек и масс узлов (рисунок 13а).

$$u_{(1)} = A_a + A_b \quad (2.17)$$

$$A_a = 0.5[x_2(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_2) + x_4(y_2 - y_3)] \quad (2.18)$$

$$A_b = 0.5[x_2(y_4 - y_1) + x_4(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_4)] \quad (2.19)$$

$$M_{(1)} = \frac{\rho r_0}{\epsilon V^0} u^0 \frac{\ddot{\phi}}{\phi_{(1)}}, \text{ где } V^0 - \text{ относительный объем ячейки, равный 1 в момент } t = 0, \rho_0, u^0 -$$

относительная плотность и объем, вычисленный в момент $t = 0$ на недеформированной сетке.

$$j_{j,k}^n = 0.25(M_{(1)} + M_{(2)} + M_{(3)} + M_{(4)}) \quad (2.20)$$

2. Интегрирование уравнений движения (рисунок 13б.).

$$\dot{\mathcal{E}}_{j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \dot{\mathcal{E}}_{j,k}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{Dt^n}{j_{j,k}^n} \left[(\mathbf{S}_{xx})_{(1)}^n (y_{II}^n - y_{III}^n) + (\mathbf{S}_{xx})_{(2)}^n (y_{III}^n - y_{IV}^n) + (\mathbf{S}_{xx})_{(3)}^n (y_{IV}^n - y_I^n) + (\mathbf{S}_{xx})_{(4)}^n (y_I^n - y_{II}^n) - \frac{\ddot{\mathcal{O}}}{\mathcal{O}} \right]$$

$$\dot{\mathcal{E}}_{j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \dot{\mathcal{E}}_{j,k}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{Dt^n}{j_{j,k}^n} \left[(\mathbf{S}_{yy})_{(1)}^n (x_{II}^n - x_{III}^n) + (\mathbf{S}_{yy})_{(2)}^n (x_{III}^n - x_{IV}^n) + (\mathbf{S}_{yy})_{(3)}^n (x_{IV}^n - x_I^n) + (\mathbf{S}_{yy})_{(4)}^n (x_I^n - x_{II}^n) - \frac{\ddot{\mathcal{O}}}{\mathcal{O}} \right]$$

$$x_{j,k}^n = x_{j,k}^{n-1} + \dot{\mathcal{E}}_{j,k}^{n+\frac{1}{2}} Dt^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.21)$$

$$y_{j,k}^n = y_{j,k}^{n-1} + \dot{\mathcal{E}}_{j,k}^{n+\frac{1}{2}} Dt^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.22)$$

3. Закон сохранения массы

$$V^{n+1} = \frac{r_0}{M_{(1)}} u^{n+1} \quad (2.23)$$

4. Вычисление скоростей деформаций ячеек расчетной сетки (рисунок 14)

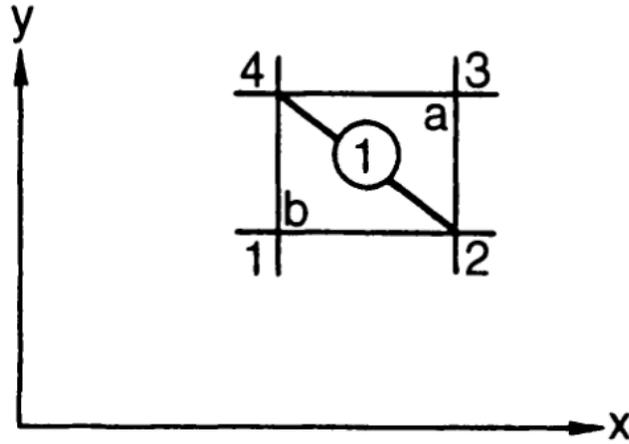


Рисунок 14 – Шаблон для вычисления скоростей деформаций ячеек расчетной сетки.

$$(\dot{\mathcal{E}}_{xx})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\mathcal{A} \dot{\mathcal{O}}}{\mathcal{E} \mathcal{I} x \mathcal{Q}_{(1)}} \frac{1}{2A_{(1)}^{n+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2A_{(1)}^{n+\frac{1}{2}}} [(\mathcal{X}_2 - \mathcal{X}_4)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_4)(\mathcal{X}_3 - \mathcal{X}_1)]^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.24)$$

$$(\dot{\mathcal{E}}_{yy})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\mathcal{A} \dot{\mathcal{O}}}{\mathcal{E} \mathcal{I} y \mathcal{Q}_{(1)}} \frac{-1}{2A_{(1)}^{n+\frac{1}{2}}} = \frac{-1}{2A_{(1)}^{n+\frac{1}{2}}} [(\mathcal{X}_2 - \mathcal{X}_4)(x_3 - x_1) - (x_2 - x_4)(\mathcal{X}_3 - \mathcal{X}_1)]^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.25)$$

$$(\dot{\mathcal{E}}_{xy})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\mathcal{A} \dot{\mathcal{O}}}{\mathcal{E} \mathcal{I} x \mathcal{Q}_{(1)}} + \frac{\mathcal{A} \dot{\mathcal{O}}}{\mathcal{E} \mathcal{I} y \mathcal{Q}_{(1)}} = \frac{1}{2A_{(1)}^{n+\frac{1}{2}}} \frac{\mathcal{E} (\mathcal{X}_2 - \mathcal{X}_4)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_4)(\mathcal{X}_3 - \mathcal{X}_1) - \dot{\mathcal{U}}}{\mathcal{E} ((\mathcal{X}_2 - \mathcal{X}_4)(x_3 - x_1) - (x_2 - x_4)(\mathcal{X}_3 - \mathcal{X}_1)) \dot{\mathcal{U}}} \quad (2.26)$$

$$A_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} = 0.5(A_{(1)}^{n+1} + A_{(1)}^n) \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xx}^{n+1} - \sigma_{xx}^n}{\Delta t} = \frac{\partial \sigma_{xx}^{n+1}}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{xx}^n}{\partial t} \quad (2.28)$$

$$V^{n+\frac{1}{2}} = 0.5(V^{n+1} + V^n) \quad (2.29)$$

Приращение деформаций на шаге $n + \frac{1}{2}$:

$$(De_{xx})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} = (\epsilon_{xx})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} \Delta t^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.30)$$

$$(De_{yy})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} = (\epsilon_{yy})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} \Delta t^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.31)$$

$$(De_{xy})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} = (\epsilon_{xy})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} \Delta t^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.32)$$

5. Вычисление дивергентной и шаровой части полных напряжений

$$(S_{xx})_{(1)}^{n+1} = (S_{xx})_{(1)}^n + 2m \frac{\partial}{\partial x} (De_{xx})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \frac{\partial DV}{\partial x} \frac{\partial \sigma_{xx}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} + (d_{xx})_{(1)}^n \quad (2.33)$$

$$(S_{yy})_{(1)}^{n+1} = (S_{yy})_{(1)}^n + 2m \frac{\partial}{\partial y} (De_{yy})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \frac{\partial DV}{\partial y} \frac{\partial \sigma_{yy}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial y} + (d_{yy})_{(1)}^n \quad (2.34)$$

$$(S_{zz})_{(1)}^{n+1} = (S_{zz})_{(1)}^n + 2m \frac{\partial}{\partial z} (De_{zz})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \frac{\partial DV}{\partial z} \frac{\partial \sigma_{zz}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial z} \quad (2.35)$$

$$(T_{xy})_{(1)}^{n+1} = (T_{xy})_{(1)}^n + 2m (De_{xy})_{(1)}^{n+\frac{1}{2}} + (d_{xy})_{(1)}^n \quad (2.36)$$

$$P_{(1)}^{n+1} = P_{(1)}^n - K \frac{\partial DV}{\partial x} \frac{\partial \sigma_{xx}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} \quad (2.37)$$

$$\sin w = \frac{1}{2 \Delta t^{n+\frac{1}{2}}} \frac{\partial \epsilon_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \epsilon_{yy}}{\partial y} \frac{\partial \sigma_{xx}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} \quad (2.38)$$

$$(d_{xx})_{(1)}^n = \frac{\sigma_{xx}^n - \sigma_{yy}^n}{2} (\cos 2w - 1) - T_{xy}^n \sin 2w \quad (2.39)$$

$$(d_{yy})_{(1)}^n = - (d_{xx})_{(1)}^n \quad (2.40)$$

$$(d_{xy})_{(1)}^n = T_{xy}^n (\cos 2w - 1) + \frac{\sigma_{xx}^n - \sigma_{yy}^n}{2} \sin 2w \quad (2.41)$$

6. Вычисление полных напряжений

$$(\mathbf{S}_{xx})_{(1)}^{n+1} = -P_{(1)}^{n+1} + (\mathbf{S}_{xx})_{(1)}^{n+1} \quad (2.42)$$

$$(\mathbf{S}_{yy})_{(1)}^{n+1} = -P_{(1)}^{n+1} + (\mathbf{S}_{yy})_{(1)}^{n+1} \quad (2.43)$$

7. Проверка критерия текучести материала; в случае простейшей модели, критерием текучести является критерий Мизеса

$$g(\mathbf{s}_{ij}) = f(\mathbf{s}_{ij}) = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} - \frac{2}{3} Y^2 \quad (2.44)$$

$$\mathcal{E}_{ij}^p = \lambda \frac{\nabla g}{\nabla \mathbf{s}_{ij}} \quad (2.45)$$

при $f(\mathbf{s}_{ij}) \geq 0$, каждая компонента девиатора тензора напряжений умножается на величину, равную $m^{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{Y}{\sqrt{I_2}}$, где Y, I_2 - соответственно предел текучести и второй инвариант девиатора тензора напряжений.

При моделировании деформаций в твердых телах с использованием вышеизложенного метода возникают проблемы с нефизической дисторсией расчетной сетки с квадратными ячейками. Такую дисторсию принято называть эффектом песочных часов. Пример такого искажения приведен на рисунке 15. Подобного рода искажения возникают в том случае, когда скорости узлов расчетной сетки на соседних координатных линиях имеют одинаковую по модулю величину, но противоположное направление. Общая деформация ячейки в этом случае равна нулю и в области, где наблюдается эффект песочных часов, начинается сильный математический шум и диссипация энергии. Для предотвращения эффекта песочных часов используется искусственная вязкость, которая чувствительна к изменению углов между координатными линиями.

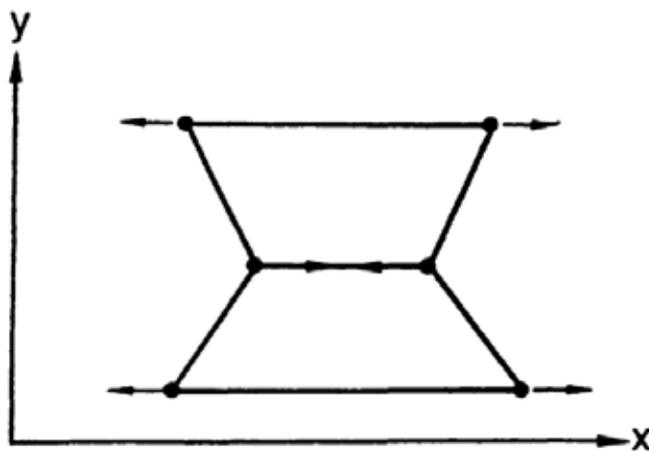


Рисунок 15 – Пример искажения расчетной ячейки по типу «песочных часов».

На рисунке 16 приведен шаблон для вычисления компонент тензорной искусственной вязкости.

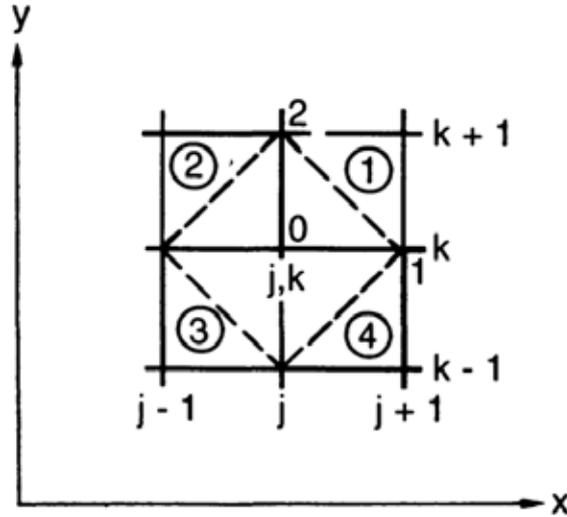


Рисунок 16 – Шаблон для вычисления компонент искусственной вязкости.

$$q_{xx} = 2m_{(1)} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{3} \phi_{yy} \frac{\partial}{\partial x} \quad (2.46)$$

$$q_{yy} = 2m_{(1)} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \frac{1}{3} \phi_{xx} \frac{\partial}{\partial y} \quad (2.47)$$

$$q_{xy} = m_{(1)} \phi_{xy} \quad (2.48)$$

$$m_{(1)} = Cns \frac{\partial \phi_0}{\partial V} \frac{\partial}{\partial A} \quad (2.49)$$

A - площадь треугольника 0, 1, 2, $Cns \gg 10^{-3}$ - коэффициент при искусственной вязкости в формуле (2.49).

$$\phi_{xx} = -\frac{1}{A} [\phi_{01}(y_0 - y_1) + \phi_{12}(y_1 - y_2) + \phi_{20}(y_2 - y_0)] \quad (2.50)$$

$$\phi_{yy} = \frac{1}{A} [\phi_{01}(x_0 - x_1) + \phi_{12}(x_1 - x_2) + \phi_{20}(x_2 - x_0)] \quad (2.51)$$

$$\phi_{xy} = -\frac{1}{A} \left[\phi_{01}(y_0 - y_1) + \phi_{12}(y_1 - y_2) + \phi_{20}(y_2 - y_0) - \left(\phi_{01}(x_0 - x_1) + \phi_{12}(x_1 - x_2) + \phi_{20}(x_2 - x_0) \right) \right] \quad (2.52)$$

$$\phi_{01} = \frac{1}{2} (\phi_0 + \phi_1) \text{ и т.д.}$$

Аналогичным образом вычисляются компоненты искусственной вязкости для остальных 3 зон.

При интегрировании уравнений движения, вычисленные компоненты искусственной вязкости добавляются к соответствующей компоненте тензора напряжений.

Одной из важнейших характеристик схемы является ее устойчивость. В схеме метода Уилкинса используется условие устойчивости Куранта. Оно заключается в том, что шаг инте-

грирования по времени ограничен сверху временем распространения возмущения в виде продольной волны напряжений по одной расчетной ячейки. Для обеспечения устойчивости разностной схемы возмущение не должно пройти ячейку за шаг по времени.

$$Dt^{\frac{n+3}{2}} = g \frac{L^{n+1}}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \text{ где } g - \text{ число Куранта, чаще всего выбирается равным } \frac{1}{3}, L^{n+1} - \text{ мини-}$$

мальная характерная ширина зоны, равная отношению площади зоны к длине наибольшей диагонали.

Описание механического отклика нагружаемых квазихрупких материалов является в настоящее время одной из самых актуальных задач современной механики структурно-неоднородных сред. Однако сложность описания, как самих сред, так и их поведения, связанная с недостаточной изученностью большого числа вопросов, как, например, строение (морфология и текстура), физико-механические свойства (упругие константы, прочность и др.), спектр внешних сил, какие из них оказываются определяющими в том или ином случае и т.д. затрудняют изучение механического поведения твердых тел под нагрузкой. При математическом моделировании все осложняется еще больше, когда из небольшого числа имеющихся данных необходимо построить адекватную математическую модель, которая позволит описать наиболее значимые эволюционные процессы, происходящие в твердых телах в поле внешних сил. Другими словами, мы должны быть уверены в том, что используемые математические модели, т.е. решаемая система уравнений, позволит описать такие явления как самоорганизованная критичность, как базовое свойство нелинейных динамических систем и связанные с ней степенные законы и ряд других свойств, медленную динамику и связанную с ней миграцию деформационной активности, развитие разрушения на заключительной стадии в режиме с обострением, как катастрофическом этапе эволюции НДС и т.д. В связи с чем, в следующих параграфах проведена серия тестовых расчетов моделирования эволюции НДС нагружаемых хрупких и квазихрупких материалов.

2.3 Верификация модели хрупкой/квасихрупкой среды по экспериментальным данным о характерных временах разрушения габбро-образцов при трехточечном изгибе

Макроскопическое разрушение – многомасштабный иерархический процесс. В любых материалах, как пластичных, так и хрупких, первичные очаги разрушения зарождаются на масштабах, соизмеримых с межатомными расстояниями в зонах локализации деформационных процессов. Формирование очага макроскопического разрушения (макроскопической трещины в малых образцах или протяженных разломов в геосредах) представляют собой коллективный процесс образования иерархии повреждений разных масштабов от нанодефектов до трещин микро и мезо масштабов, объединенных во взаимно сопряженные системы полос локализованных повреждений. Эти повреждения формируют в разрушающейся среде наблюдаемые фрактальные структуры трещин разных масштабов.

Увеличение масштаба разрушения всегда происходит в сверхбыстром режиме с обострением как катастрофа соответствующего масштаба. Таким образом, любое наблюдаемое разрушение есть последовательность катастроф вплоть до макроскопического разрушения образца или формирования разлома в геосреде.

Иерархичность и многомасштабность процессов разрушения приводят к степенным законам, связывающим количество элементарных актов разрушения и их энергии – законы Гуттенберга-Рихтера и Омори.

Формирование любой макроскопической трещины исследуемого масштаба, например, разрушение образца заданного размера, происходит в две стадии – стадия сравнительно медленного квазистатического накопления повреждений микро и мезомасштабов и катастрофический сверхбыстрый режим. Длительность стадии накопления повреждений или стадии макроскопического предразрушения определяется уровнем приложенных напряжений. Чем ниже уровень этих напряжений, тем продолжительнее будет эта стадия.

Таким образом, прогноз разрушения любого масштаба будет связан с установлением продолжительности этой квазистационарной фазы макроскопического предразрушения изучаемого масштаба при известном уровне напряжений.

Цели настоящего параграфа состоят в следующем:

численно описать процесс разрушения хрупких образцов в экспериментах на трехточечный изгиб и определить параметр модели t^* , определяющий продолжительность докритической стадии, на основе экспериментально определенных времен макроскопического предразрушения

до момента перехода разрушения в сверхбыструю закритическую стадию в опытах на трехточечный изгиб хрупких образцов из габбро.

Данные экспериментов по разрушению образцов из габбро

Трехточечному изгибу, как одному из стандартных видов испытаний механического поведения нагружаемых материалов, посвящено достаточно много исследований, которые охватывают широкий круг вопросов современной механики деформируемого твердого тела. Ряд работ посвящен моделированию эволюции напряженно-деформированного состояния, в том числе развитию хрупкого разрушения в модельных средах [86] при трехточечном изгибе.

На рисунке 17 представлена схема нагружения лабораторных и модельных образцов в виде балок.

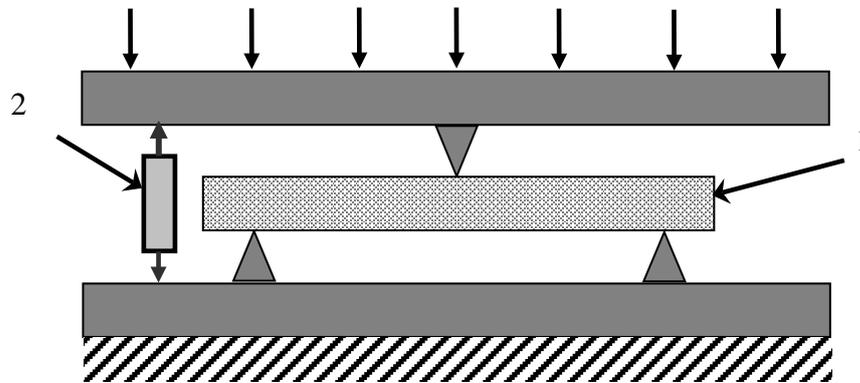


Рисунок 17 – Схема трехточечного изгиба образцов в виде балок: 1 – образец; 2 – датчик прогиба

Балка имела следующие размеры: $70 \times 19 \times 7,1 \text{ мм}^3$. База изгиба, как в экспериментах, так и в расчетах составляла 60 мм. Измеренная эволюция прогиба δh , определенного в эксперименте, в зависимости от времени t при значении приложенной нагрузки 250 Н, представлена на рисунке 18.

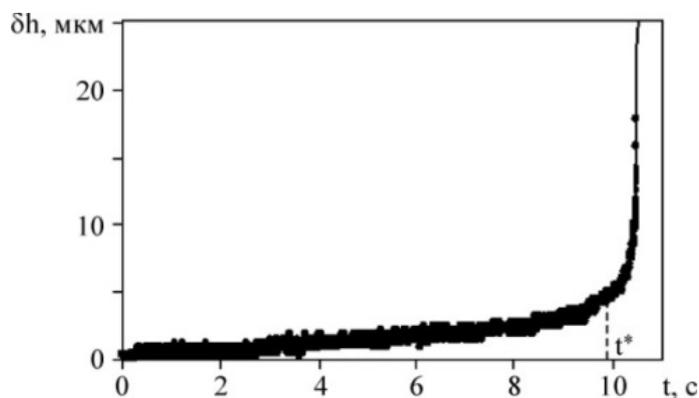


Рисунок 18 – Экспериментальная зависимость прогиба δh образца в виде балки от времени t при постоянном значении нагрузки.

Видно, что при достижении времени 10 секунд разрушение развивается в сверхбыстром режиме как катастрофа. Это время и бралось для определения параметров модели в численных расчетах.

Результаты моделирования

Расчетная модель балки, как и в эксперименте, имела поперечные размеры $70 \times 19 \times 7,1 \text{ мм}^3$ при количестве расчетных ячеек $700 \times 190 \times 71$. База изгиба, как и в экспериментах, составляла 60 мм. При трехточечном изгибе, как известно, нижняя часть балки между опорами подвержена растягивающим напряжениям, а верхняя часть сжимающим (рисунок 19). Физико-механические свойства габбро (таблица 1) и граничные условия, использованные при численном моделировании, приведены в приложении. На рисунке 20 показана динамика роста поврежденности и магистральной трещины в образце при приложенной нагрузке 250 Н.

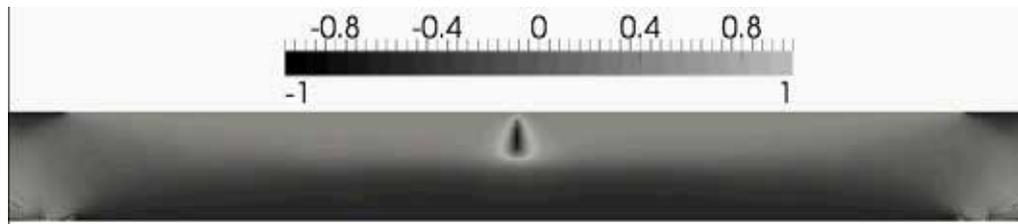
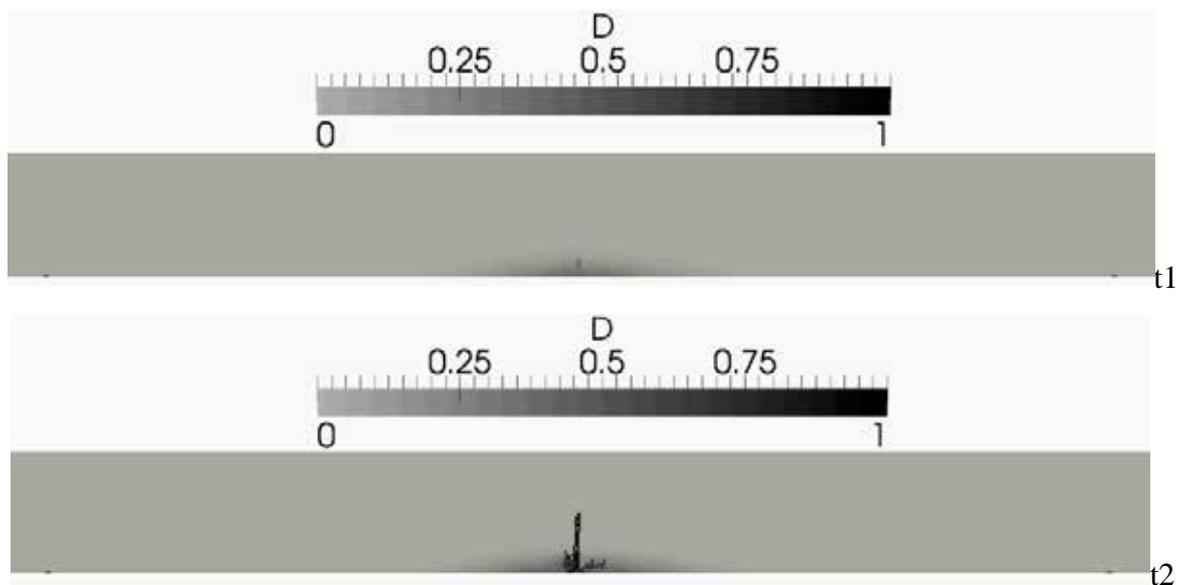


Рисунок 19 – Вид напряженного состояния балки при ее трехточечном изгибе (значения оттенков серой шкалы соответствуют: "-1" – чистому растяжению, "1" – чистому сжатию, "0" – чистому сдвигу).



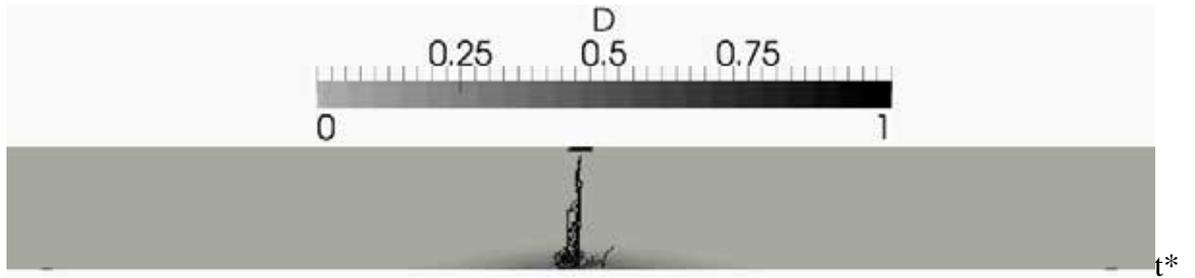


Рисунок 20 – Динамика накопления повреждений при хрупком разрушении балки из габбро (плоская деформация, 2D постановка): $t_1 < t_2 < t^*$

Из рисунка 20 видно, что трещина прорастает из нижней части балки, где находится область наибольшего растяжения вверх к месту приложения нагрузки.

На рисунке 21 а, б, в представлены картины разрушения балок при нагрузках 250, 300 и 450 Н соответственно.

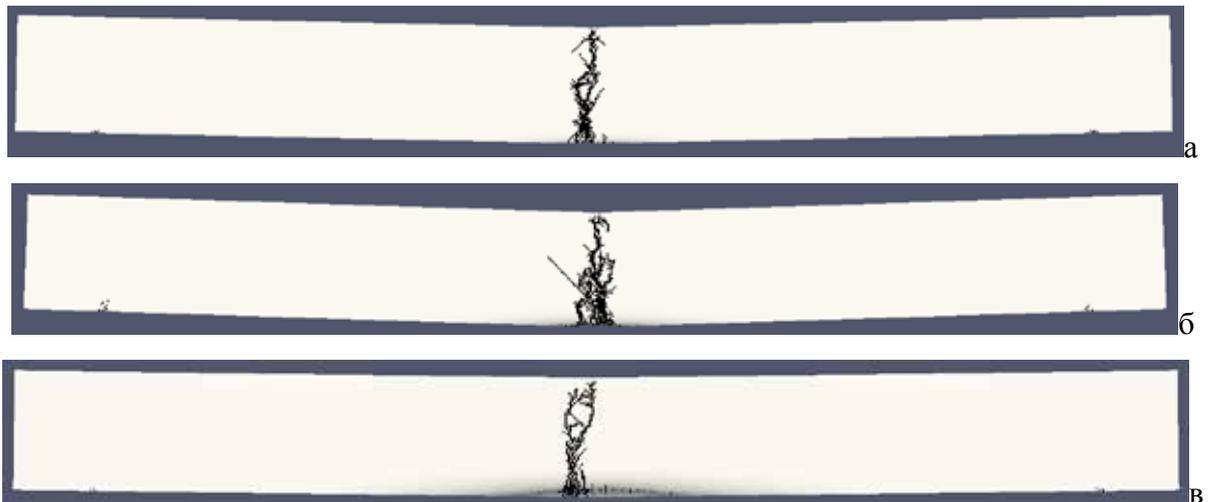


Рисунок 21 – Картины разрушения балок при разных нагрузках (250, 300 и 450 Н соответственно а, б, в).

Во всех случаях, как и в эксперименте, трещина прошла по центру балки. В численном эксперименте был также замерен прогиб балок в месте приложения нагрузки. Диаграмма для прогибов приведена на рисунке 22.

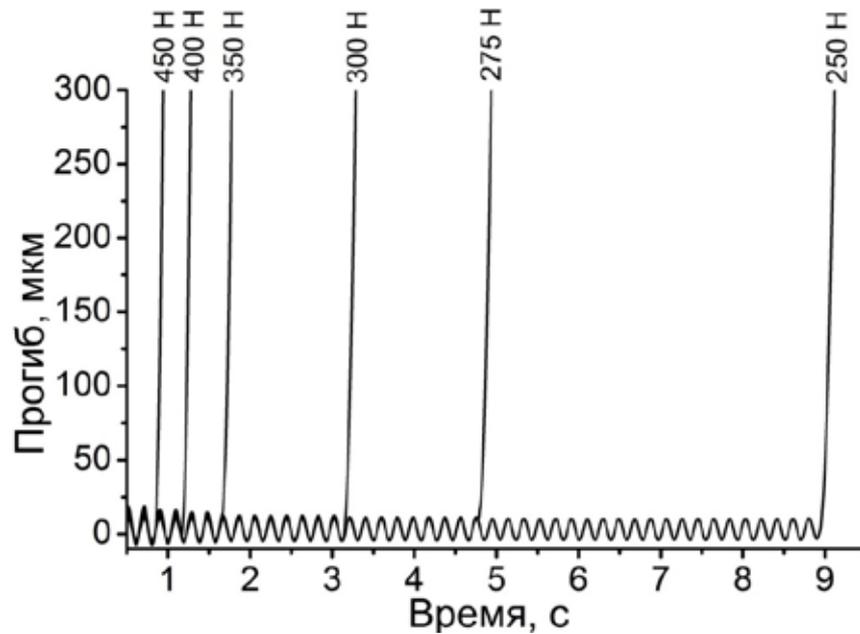


Рисунок 22 – Зарегистрированный в численном эксперименте прогиб балок при различном уровне нагрузки (в ньютонах).

На рисунке 23 приведена диаграмма времен обострения в зависимости от приложенной нагрузки, полученная в численном эксперименте в сравнении с данными экспериментов по определению характерных времен разрушения в балках, отмеченных звездами. Как видно из рисунка 23, расчетные данные очень хорошо согласуются с экспериментальными данными. В расчетах подбирался только параметр кинетики t^* в соответствии с данными экспериментов, начальная прочность габбро бралась как табличная – 140 МПа, определенная в опытах на сжатие.

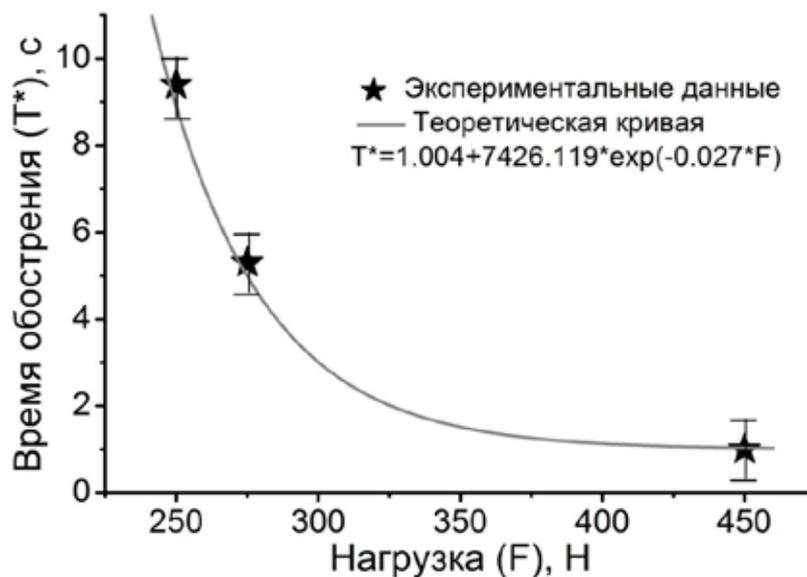


Рисунок 23 – Сопоставление результатов расчета (сплошная линия) с экспериментом (отмечены звездочками).

3D расчеты дают более полную пространственную картину формирования очага макро-разрушения и результаты приведены на рисунке 24 и рисунке 25.

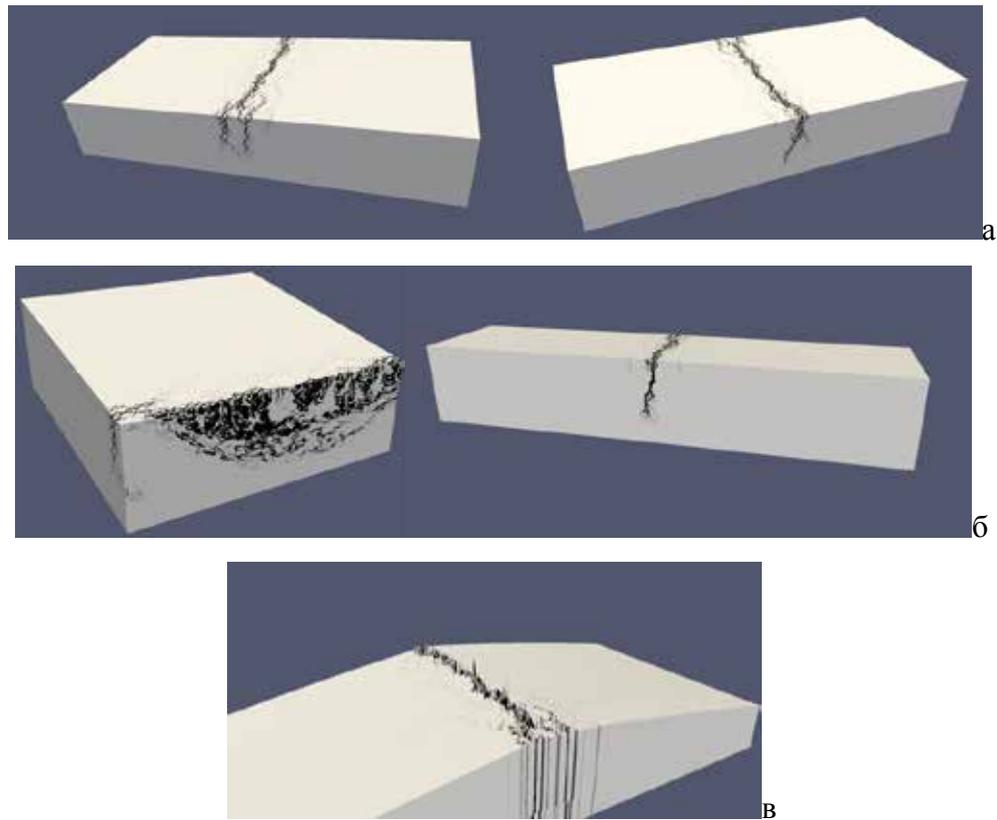


Рисунок 24 – Накопление повреждений в балке из габбро при 3D моделировании (балка перевернута, сверху показана грань, от которой начинается рост трещин (а) и 2 центральных сечения, вдоль и поперек балки (б), рельеф свободной поверхности в 50 кратном увеличении (в)).

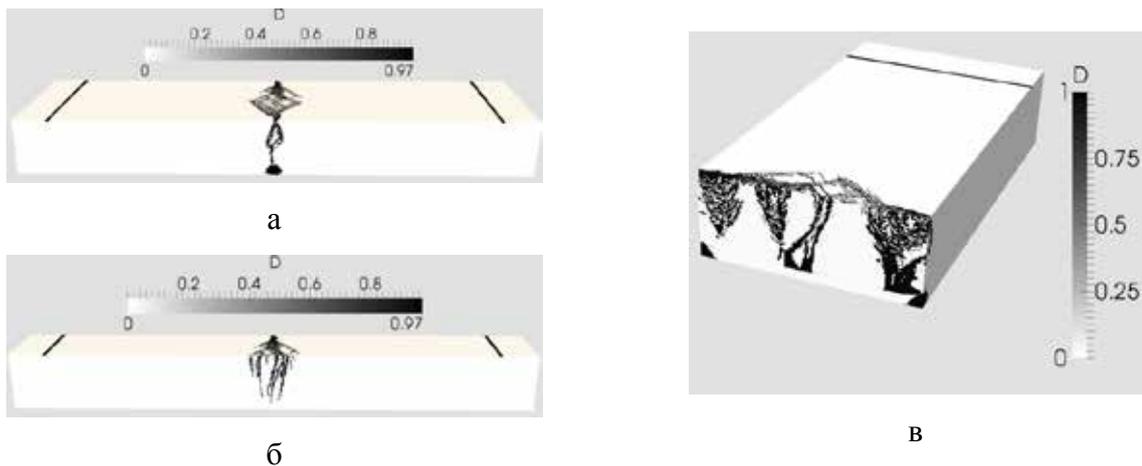


Рисунок 25 – Накопление повреждений в балке из габбро при 3D моделировании (балка перевернута, сверху показана грань, от которой начинается рост трещин (а) и 2 центральных сечения, вдоль (б) и поперек (в) балки).

Показаны распределения поврежденности в балке (поверхность всей балки и несколько сечений – вдоль и поперек образца, а также рельеф нижней свободной от напряжений грани в 50 кратном увеличении на рисунке 25). Представленные картины свидетельствуют о достаточно сложной трещинной структуре в объеме нагруженного образца. Очаг разрушения (магистральная трещина) представляет собой совокупность нарушений более мелких масштабов.

На рисунке 26 показана эволюция прогиба, соответствующая расчету, представленному на рисунке 24.

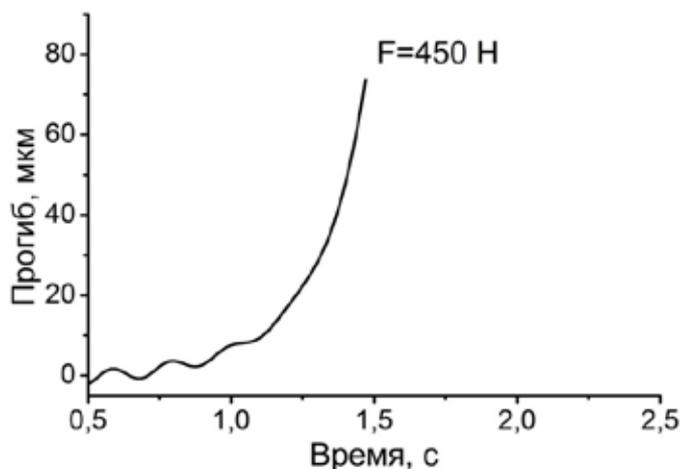


Рисунок 26 – Эволюция прогиба балки, соответствующего расчету, представленному на рисунке 24.

2.4 Трехмерное моделирование разрушения пористой керамики при осевом сжатии

Хрупкие пористые материалы широко встречаются как среди природных, так и среди искусственно создаваемых материалов. Большинству природных геоматериалов присуща исходная пористость или трещиноватость. Костные ткани обладают сложной пористой структурой. При изготовлении керамических материалов в результате особенностей технологических процессов они приобретают ту или иную степень пористости. Оксидные керамики находят широкое применение в разных технических устройствах в виде, например, фильтров, теплоизоляционных материалов, а в биомедицинской сфере – как протезы (заменители) костной ткани.

Моделированию деформации пористых материалов посвящена обширная литература, например [88,90,109-114]. Ее можно разделить на несколько направлений: а) моделирование

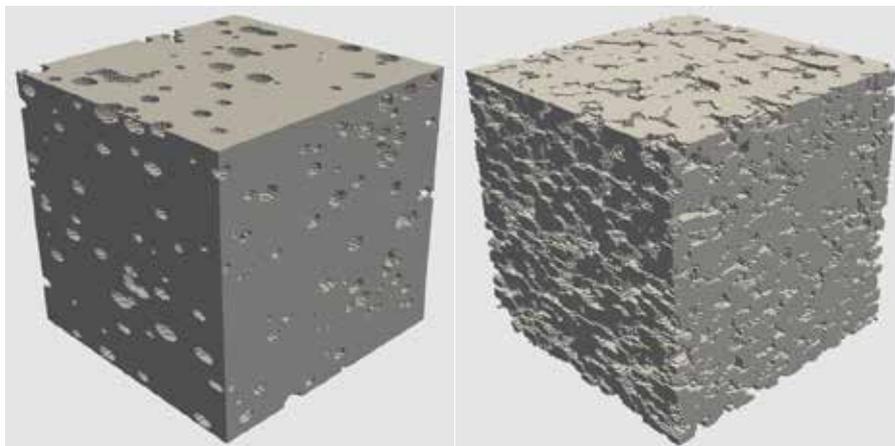
самой пористой структуры; б) определение эффективных упругих модулей пористых материалов; в) непосредственно численное моделирование процессов деформирования и разрушения пористых материалов на разных масштабных уровнях.

Следуя работам [109,110,114] рассмотрим две разные морфологии модельных пористых структур: перекрывающиеся сферические поры (ПСП) и перекрывающиеся сферические тела (ПСТ).

В первом случае модельный образец пористой среды состоит из сплошного тела, включающего в себя сферические пустоты разного радиуса в случайно выбранных точках выбранного объема, и иногда называется моделью «швейцарского сыра». Согласно работе [109] поры становятся проницаемыми при пористости $p \approx 0,3$, в то время как каркас остается связанным до пористости $p \approx 0,97$. Этой морфологии соответствует в реальных материалах система изолированных пор при низкой пористости. Подобная пористая структура соответствует керамике, изготовленной с дисперсными наполнителями или с образованием пузырей в расплавленном состоянии.

Во втором случае геометрическая модель строится заполнением объема сферическими частицами сплошного материала, которые располагаются в случайно выбранных точках объема с разными радиусами и могут перекрываться. Эта модель является отражением процесса получения керамического материала спеканием сферических частиц (порошка). Поровое пространство, как указано в [109] является проницаемым, если пористость превышает $p \approx 0,03$, а каркас остается связанным до $p \approx 0,7$. Однако отметим, что создать связанные модельные структуры оказывается затруднительно уже при пористости более 60%.

Для дальнейшего численного моделирования механического отклика были созданы модельные образцы указанных двух типов морфологии и для двух значений пористости 15% и 31,5%. Изображения модельных структур в дискретном представлении расчетной сеткой из кубических ячеек (вокселей) представлены на рисунке 27.



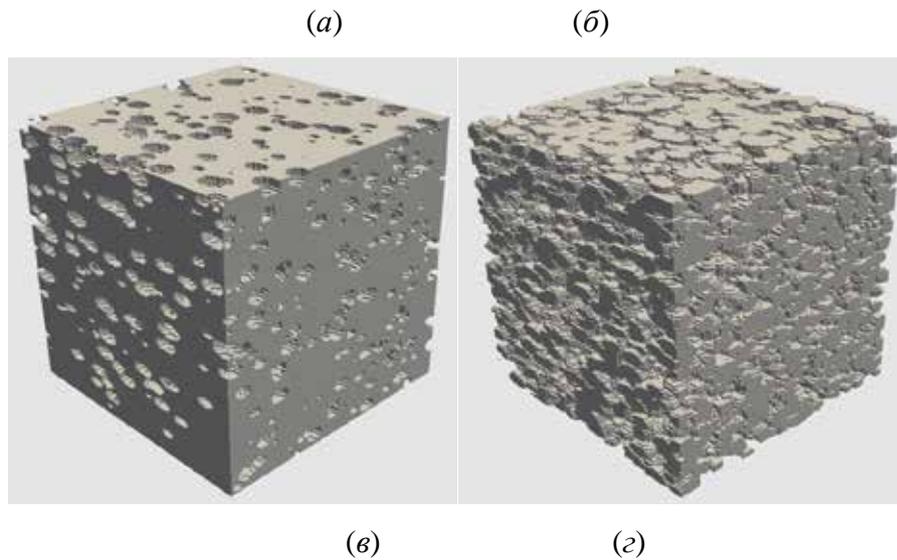


Рисунок 27 – Изображения модельных объемов с разной морфологией пористой структуры и пористостью: *a* – 15% ПСП, *б* – 15% ПСТ, *в* – 31,5% ПСП, *г* – 31,5% ПСТ.

Насколько эти модельные структуры соответствуют реальности можно понять, если сравнить их с фотографиями поверхностей разных образцов пористой циркониевой керамики разной или одинаковой пористости, представленными на рисунке 28. Керамика получена методом высокотемпературного спекания из нанопорошка диоксида циркония [115]. Видно, что в реальности встречаются поры разной морфологии, причем они могут присутствовать в одном и том же материале. Это обусловлено разными факторами, например, изменением режимов технологического процесса, разной формой отдельных частиц порошка и т.п. Тем больший интерес представляет изучение идеальных структур в численном эксперименте.

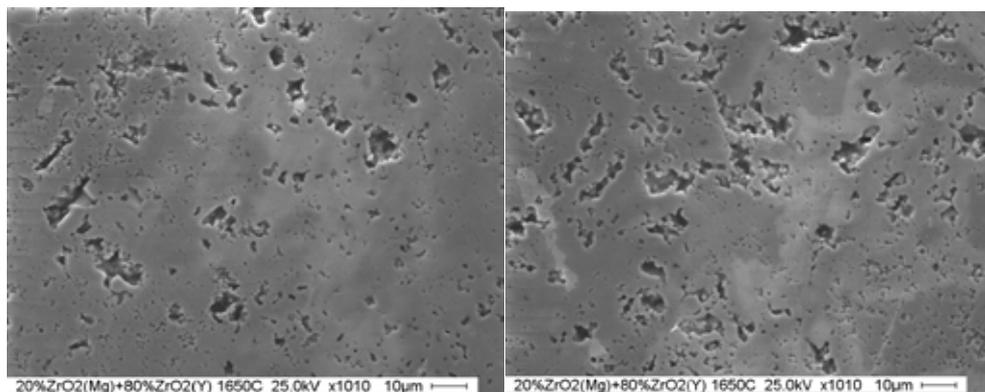


Рисунок 28 – Примеры пористых структур в керамике из диоксида циркония.

Показанные на рисунке 27 модельные структуры керамики были подвергнуты осевому сжатию с идеальным скольжением на торце нагружения и свободными от напряжений боковыми торцами.

Расчеты были выполнены со следующими физико-механическими свойствами модельной сплошной среды: модуль сдвига $G = 83$ ГПа, модуль объёмной упругости $K = 200$ ГПа (модуль Юнга $E = 220$ ГПа), плотность $\rho = 6.03$ г/см³, $Y_0 = 2100$ МПа, $\alpha = 0.4$, $\Lambda = 0.1$, что соответствует частично стабилизированному диоксиду циркония в тетрагональной фазе. Значения для параметров выбранной кинетики накопления повреждений были подобраны следующие $\epsilon_{0*} = 0,1$, $t_*^T = 10^{-6}$, $t_*^C = 10^{-4}$, $e_0^C = 0.5e_0$, $e_0^T = 0.125e_0$, e_0 - деформация, соответствующая начальному пределу текучести. Физико-механические свойства диоксида циркония (таблица 2) и граничные условия, использованные при численном моделировании, приведены в приложении.

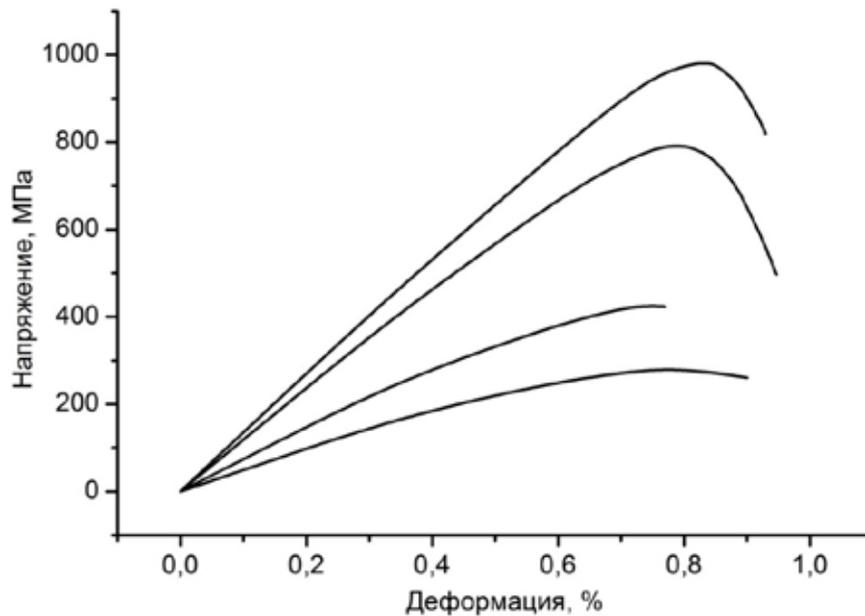


Рисунок 29 – Усредненные σ - ϵ диаграммы нагружения модельных пористых материалов (1 – ПСП 15%, 2 – ПСТ 15%, 3 – ПСП 31.5%, 4 – ПСТ 31.5%).

Размер расчетной области во всех случаях составил $9 \times 9 \times 9$ мкм³. Расчётная сетка – равномерная $150 \times 150 \times 150$ узлов.

На рисунке 29 представлены усредненные $\sigma - \epsilon$ диаграммы нагружения модельных пористых материалов. Видно, что для образцов с меньшей пористостью диаграммы идут выше, что согласуется с экспериментальными данными. Для одной и той же пористости ниже расположены диаграммы для ПСТ-морфологии. Эту же информацию для чисто упругого поведения сообщают авторы статей [109,114]. Более того, согласно [114] зависимость усредненного модуля Юнга E от пористости p для разных морфологий подчиняется степенной зависимости

$$E = E_d (1 - p)^m \quad (3.2.1)$$

где E_d – модуль Юнга плотного материала скелета, а показатель $m=2$ для ПСП структур и $m=4$ для ПСТ структур. Этот показатель степени m авторы статьи называют показателем или индексом морфологии пористости. Полученные в наших расчетах значения этого показателя равны $m=2,91 \lg(E/E_c) / \lg(p)$ для ПСП структур и $m=3,98$ для ПСТ. Отличие для случая сферических пор

может быть вызвано тем, что распределение пор по объему образцов является квазиравномерным. Хотя другие авторы для тех же структур приводят другие зависимости, например [109]:

$$E = E_d \left(1 - \frac{p}{a}\right)^m \quad (3.2.2)$$

Экспериментальные исследования на пористых материалах из диоксида циркония с различной пористостью в диапазоне 10–75% и разным соотношением размеров пор и размеров зерна керамики свидетельствуют о том, что зависимость модуля Юнга керамических образцов от пористости лучше аппроксимируется экспоненциальной функцией $E = E_d \exp(-b \cdot p)$ [116]. При этом нельзя с уверенностью сказать, что морфология имела качественное отличие для разных образцов, поскольку для их получения использовалась одна технология, хотя и с разными режимами и небольшими модификациями. Сравнение степенной и экспоненциальной аналитических зависимостей, а также полученные в наших расчетах данные изображены на рисунке 30. Видно, что отличие экспоненциальной зависимости, полученной в результате аппроксимации экспериментальных данных, и степенной зависимости для ПСТ-морфологии не значительное в выбранном диапазоне пористости. Отличие экспоненциальной аппроксимации и степенной зависимости с показателем $m = 4$ для ПСТ-морфологии можно объяснить тем, что для большой и малой пористости морфология полученных образцов меньше соответствовала структуре перекрывающихся сферических тел. Полученные в наших расчетах данные также хорошо совпадают со степенной зависимостью для ПСТ-морфологии из [114].

Представляет интерес также оценка зависимости прочностных характеристик от пористости. Экспериментальные данные для керамик из диоксида циркония в работе [116] также были аппроксимированы экспоненциальной функцией с разными параметрами в зависимости от соизмеримости размеров пор и размеров зерна. На рисунке 31 показаны эти аппроксимирующие зависимости и нанесены точки, соответствующие данным, полученным в наших расчетах. Видно, что расчетные данные для ПСП-морфологии хорошо ложатся на экспериментальные кривые.

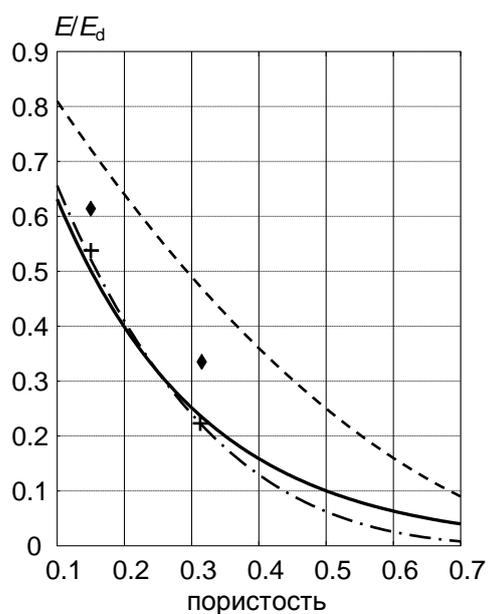


Рисунок 30 – Зависимость приведенного эффективного модуля упругости для пористых образцов: 1 – экспоненциальная аппроксимация для пористой керамики $ZrO_2(Y_2O_3)$ [115]; 2 – степенная аппроксимация для ПСТ ($m=4$); 3 – степенная аппроксимация для ПСП ($m=2$); + – данные расчетов для ПСП.

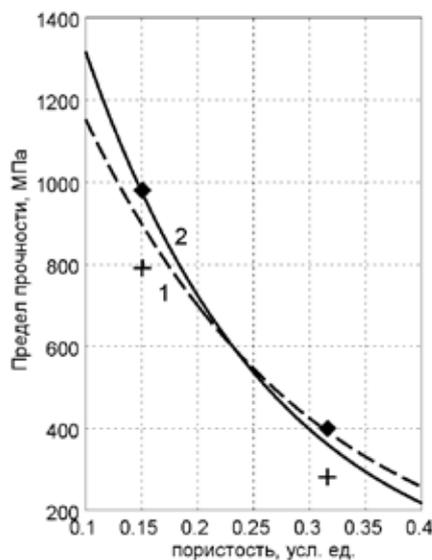


Рисунок 31 – Влияние пористости на предел прочности при сжатии пористых образцов: 1 – аппроксимация для керамики $ZrO_2(Y_2O_3)$ с размером пор, соизмеримым со средним размером зерна ($\sigma = 1900 \cdot \exp(-5 \cdot p)$); 2 – то же с размером пор, значительно превышающим средний размер зерна ($\sigma = 2400 \cdot \exp(-6 \cdot p)$); \square – данные расчетов для ПСТ; * – данные расчетов для ПСП.

На рисунке 32 представлены распределения поврежденности в разных образцах на момент, соответствующий последней точке расчетной диаграммы, т.е. непосредственно перед разрушением.

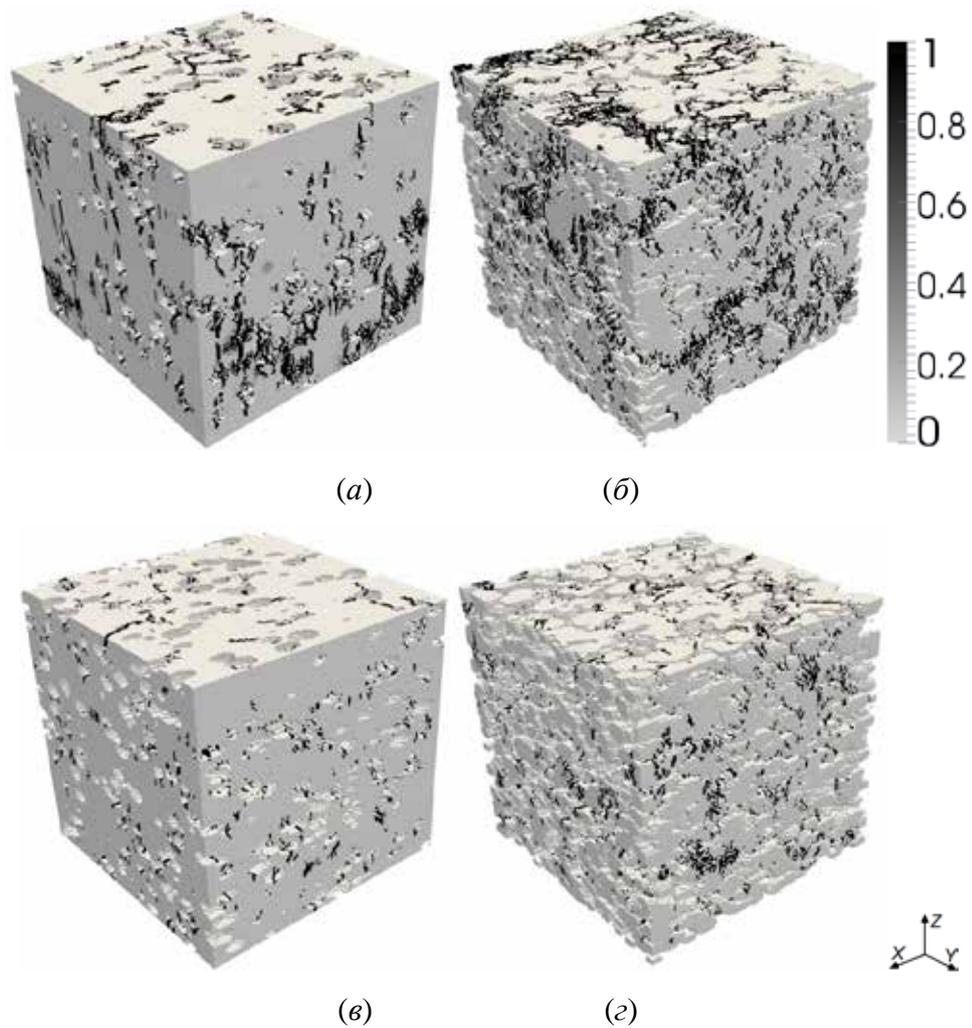


Рисунок 32 – Картины распределения накопленных повреждений в образцах (а – ПСП 15%, б – ПСТ 15%, в – ПСП 31.5%, г – ПСТ 31.5%).

Из представленных на рисунке 32 картин видно, что на стадии предразрушения в объемах пористых образцов наблюдается квазиравномерное накопление повреждений, обусловленное мезоскопической структурой порового пространства, как источника концентрации напряжений и граничными условиями идеального скольжения.

Анализ распределения поврежденности материала внутри объема, посредством построения сечений, свидетельствует об отсутствии магистральных трещин в объеме линейного характера, проходящих через весь объем, они в основном сосредоточены в поверхностном слое, что подтверждает положение физической мезомеханики о наиболее низкой сдвиговой устойчивости поверхностных слоев. При таких условиях нагружения происходит фрагментация исходного объема на меньшие слабо поврежденные объемы перколяционной сетью мезотрещин, которые образуют фрактальную мезоструктуру. Подобное поведение – образование развитой сети диссипативных структур, в виде полос локализованной неупругой деформации (мезотрещин), полностью соответствует фундаментальным принципам нелинейной динамики для систем, функ-

ционирующих вдали от равновесия. Анализ напряженного состояния, который в расчетах осуществлялся посредством мониторинга коэффициента Лоде-Надаи, свидетельствует о неоднородном характере распределения напряжений, что также подтверждает существенную неравномерность всей системы.

Разработанная модель квазихрупкой среды также тестировалась на моделировании стадии предразрушения в образцах композиционных и пористых керамических материалов и цементно-песчаных смесей при одноосном и многоосном сжатии [2-5,7-13] (список работ, опубликованных по теме диссертации).

Заключение к разделу 2

Определение характерных времен макроскопического предразрушения, отражающих стадию сравнительно медленного накопления в среде повреждений и трещин является одной из самых актуальных задач механики разрушения и, в частности, геомеханики. Эта стадия предваряет процесс катастрофического макроскопического разрушения и ее продолжительность полностью определяется (для данного образца или среды) двумя ключевыми параметрами – уровнем напряжений и исследуемым масштабом макроскопического разрушения. В данной работе в экспериментах получены времена предразрушения для габбро образцов в диапазоне масштабов $1 \div 10$ см.

Оказалось, что простая модель, учитывающая вид напряженного состояния, а также внутреннее трение и дилатансию, качественно и количественно хорошо описывает время перехода разрушения в катастрофический режим.

В расчетах оказалось достаточным согласовать с экспериментом только одну точку. В данных расчетах согласование было выполнено для уровня нагрузки в 45 кг, что дало время предразрушения ≈ 1 с. Остальные экспериментальные точки хорошо легли на теоретическую кривую, полученную моделированием разрушения при различных уровнях нагрузки.

Эти результаты свидетельствуют о том, что реальный процесс разрушения является полностью коррелированным детерминированным процессом. При заданных условиях нагружения (в данном случае это трехточечный изгиб) и в заданном диапазоне масштабов характерные времена предразрушения (их можно также назвать временами обострения) полностью определяют долговечность образцов при заданном уровне напряжений. Этот процесс формирования очага

разрушения однозначно описывается уравнениями механики деформируемого твердого тела при соответствующем задании параметров кинетики накопления повреждений [1,14] (список работ, опубликованных по теме диссертации).

Нетривиальной и актуальной проблемой является задача установления характерных времен обострения процесса разрушения и перехода его в катастрофический режим на масштабах в десятки и сотни метров в горных массивах с выработками и на масштабах многих километров в геосредах – элементах земной коры.

Проведенные расчеты показали, что для пористых керамических материалов, полученных методом спекания нанопорошков, хорошо проявили себя модельные структуры, созданные объединением перекрывающихся сферических тел. Такие геометрические модели лучше соответствуют реальным образцам пористой циркониевой керамики, как по морфологии пор, так и по получаемой в моделировании механического поведения зависимости усредненного модуля Юнга от общей пористости. Отклонение значений усредненных характеристик от экспериментальных данных для ПСП структур, по-видимому, объясняется тем, что распределение пор по объему образцов является квазиравномерным.

Анализ картин разрушения в объеме образцов свидетельствует о фрактальном характере распределения слабо поврежденных объемов, разделенных перколяционной сетью мезотрещин.

Влияние сильной положительной обратной связи в виде функции накопления повреждений, определяющей закон деградации физико-механических характеристик материала, оказывается существенным на неоднородность НДС в материалах, а также на существенную неравномерность всей системы. Благодаря действию положительной обратной связи, поведение нагружаемых объемов пористой керамики становится глобально неустойчивым на закритической стадии деформирования и разрушение развивается в режиме с обострением, сопровождающееся фрагментацией объема сетью диссипативных мезоструктур в виде полос локализации неупругой деформации (мезотрещин) [3] (список работ, опубликованных по теме диссертации).

3 Явление прерывистой текучести как базовая модель исследования неустойчивостей деформационных процессов

Впервые идеи о многомасштабности и иерархической природе процессов деформации и разрушения любых твёрдых тел и прочных сред были обобщены в рамках нового научного направления - физической мезомеханики материалов в научной школе академика РАН В. Е. Панина [68,70,71]. Дальнейшее развитие идей физической мезомеханики связано с формированием представлений о нагружаемых прочных средах как многомасштабных, иерархически организованных, нелинейных динамических системах [1,14,74,117-119]. Эволюция таких динамических систем (ДС) изучается в рамках междисциплинарной науки - нелинейной динамики, бурное развитие которой и проникновение её методологии в различные области знания и человеческой деятельности, начиная от игр и до методов статистического планирования экономических, социальных и исторических альтернатив, также приходится на последние два десятилетия [23,24,26,60].

Наиглавнейшей задачей таких исследований является проблема выяснения возможных сценариев эволюционных процессов в зависимости от базовых свойств различных ДС и внешних управляющих воздействий.

Применительно к твёрдым телам, материалам и конструкциям одной из наиважнейших задач является задача прогноза их надёжного функционирования, включая прогноз их разрушения.

В ряду решений этих задач проблема понимания наиболее общих закономерностей и особенностей неустойчивости и неоднородности пластического течения, особенно на заключительной стадии предразрушения, становится одной из наиболее актуальных. Этим можно объяснить возросший в последнее десятилетие интерес к изучению особенностей прерывистой деформации. На микроуровне – уровне элементарных актов пластической деформации пластическое течение всегда неоднородно. Однако пространственная и временная микронеоднородность пластического течения практически не проявляет себя на макроуровне и мы наблюдаем гладкие кривые течения. Наблюдаемая при прерывистой текучести макроскопическая неоднородность пластического течения, выраженная в существенных отклонениях напряжений течения от среднего тренда, может быть только результатом скоррелированного поведения многих дислокаций. Последнее означает, что на мезоуровне процесс не случаен, а детерминирован процессами самоорганизации популяций дислокаций.

Явление прерывистой текучести является наиважнейшим объектом изучения еще и по той причине, что кооперативные процессы и связанная с ними самоорганизация явно проявляются на макроскопическом уровне деформационных кривых. Изучение статистических характеристик локальных отклонений напряжений пластического течения от среднего тренда как раз и позволяет выяснить особенности эволюционных сценариев на различных стадиях деформационного процесса, включая подготовку макроскопической катастрофы: глобальной потери устойчивости при переходе к закритической стадии деформирования и формирования шейки.

Основные задачи настоящего исследования состоят в том, чтобы представить математическую модель описания неустойчивого прерывистого пластического течения, в том числе вблизи глобальной потери устойчивости, и численно изучить процесс формирования неустойчивостей пластического деформирования и его эволюцию по мере приближения к глобальной катастрофе.

Как известно, явление прерывистой деформации можно разделить на два типа: 1) эффект Портевена-Ле-Шателье (ПЛШ), наблюдаемый в условиях испытания образцов на жёсткой машине при постоянной скорости деформирования $\dot{\epsilon} = const$; 2) эффект Савара-Массона при деформировании на мягкой машине при постоянной скорости нагружения $\dot{\sigma} = const$. В настоящей работе большинство результатов получено при моделировании нагружения при $\dot{\epsilon} = const$. В этих условиях нагружения материал проявляет неустойчивости следующего вида: 1) в виде зуба текучести как перехода из состояния преимущественно упругого деформирования к новому состоянию развивающейся пластичности; 2) собственно прерывистой текучести как процесса локальной потери устойчивости на масштабах мезоскопического уровня; 3) макроскопической глобальной потери устойчивости деформационного процесса при образовании шейки и/или формировании магистральных трещин. Все эти виды неустойчивостей деформационного процесса отражены в результатах настоящей работы.

Обычно эффект ПЛШ наблюдается в ряде разбавленных сплавов внедрения и замещения (сплавов алюминия, меди, мягких сталях), некоторых металлических композитах [120], причём для каждого материала эффект проявляется в определённой температурно-скоростной области [83,84]. Этим температурно-скоростным областям проявления эффекта ПЛШ отвечает обратная скоростная и аномальная температурная зависимости напряжений течения, т.е. с ростом скорости деформирования напряжение течения не увеличивается, а уменьшается, а с повышением температуры напряжения течения остаются либо независимыми от её увеличения, либо повышаются. Таким образом эффект ПЛШ есть неустойчивость S-типа, сопровождаемая обратной скоростной чувствительностью напряжения течения [83,84,121]. Такова общепринятая точка зрения. Микроскопическая модель эффекта была предложена Котреллом [122], впоследствии уточнена в работах [123,124], а описываемый этой моделью процесс получил название динами-

ческого деформационного старения (ДДС). На мезоуровне прерывистая текучесть (ПТ) сопровождается локализацией деформации в полосах, отвечающих зубцам различного типа (А, В, С). Такие полосы локализованной деформации могут как стационарироваться, так и распространяться по образцу. Часто по типу зубцов называют и характерные для них полосы локализованной деформации. Весьма условно можно считать, что полосы типа А – это полосы, зарождающиеся обычно у захватов или других концентраторов напряжений в образце, и непрерывно распространяющиеся по образцу. Полосы типа В зарождаются поэтапно, каждая последующая полоса зарождается вблизи предыдущей. Считается, что для полос типа С характерен процесс их хаотичного зарождения по всей длине образца [83,84]. В целом при ПТ часто наблюдаются полосы всех типов и замечены закономерности в смене типа полос (зубцов) по мере развития ПТ. Подробные обзоры и исследования по этой тематике можно найти в работах [83,84]. В целом в 70-х годах полагалось, что микроскопические механизмы эффекта прерывистой текучести в основном установлены, а все сложности и многообразие его макроскопических проявлений объяснялись случайными кумулятивными эффектами в дислокационной структуре на уровне некоррелированных элементарных актов в системе дислокаций. Позднее в 80-90 гг по мере проникновения идей нелинейной динамики в физику пластичности пришло понимание, что эффекты прерывистой текучести могут быть поняты и объяснены только с учётом процессов пространственно-временной корреляции множества элементарных дислокационных актов. Ответ на ключевой вопрос случайна или детерминирована скачкообразная деформация изменился кардинально. Стало понятно, что процессы самоорганизации в дислокационной подсистеме нагружаемых материалов при прерывистой текучести играют главную роль, а ведущими масштабами становятся масштабы мезоуровня. Сама природа дала в руки исследователей объект, на котором можно изучать такие наиважнейшие свойства нелинейных динамических систем как самоорганизация, динамический хаос (ДХ), переходы от ДХ к самоорганизованной критичности (СОК) или, как ещё называют СОК, к слабому хаосу. В экспериментах было обнаружено, что полосы типа С отвечают состоянию ДХ в нагружаемом образце как динамической системы, а полосы типа В - состоянию СОК, чётко прослеживается эволюция ДХ@ СОК@ глобальное разрушение [84,125].

Всем этим особым состояниям нагружаемого материала как нелинейной динамической системы присущи характерные для них статистики распределений флуктуаций напряжений от среднего тренда. Случайному распределению или белому шуму отвечает гауссово распределение, ДХ и СОК так называемые распределения с тяжёлыми хвостами [84,125,126], состоянию ДХ отвечают колоколообразные распределения типа пуассоновского, а СОК - степенные распределения. По этой причине одним из главных инструментов изучения особенностей эволюционного процесса стало изучение статистик распределений флуктуирующих параметров. Син-

хронные измерения при деформировании (в том числе уже и для гладких кривых течения) и при разрушении различных образцов акустической эмиссии, электромагнитной эмиссии, тепловых структуры изучение статистических свойств уже этих, сопутствующих деформационному процессу и разрушению, сигналов, позволяет понять на каком этапе и как функционируют и самоорганизуются элементарные акты микро и мезоструктурных масштабов, как изменяется глобальный характер эволюции системы в целом. Особый интерес представляет изучение переходных процессов, отвечающих изменениям эволюционного сценария, например, переход системы от состояния ДХ к СОК [84,125].

Одной из главнейших задач является решение задачи о механизмах подготовки в системе глобальной катастрофы. В этом контексте необходимо дать ответ на следующий вопрос, как скоррелированные микроструктурные изменения, сопровождающие формирование очага макроразрушения, отражаются в статистике измеряемых сигналов, в том числе, и в особенностях флуктуаций напряжений при прерывистой текучести.

Фактически ставится следующий вопрос. Существуют ли предвестники катастрофического разрушения? И если существуют, то какие и можно ли их надежно выявить? В контексте задачи изучения особенностей прерывистой текучести этот вопрос можно сформулировать следующим образом. Как изменяется статистика флуктуаций напряжений вблизи глобальной потери устойчивости нагружаемого образца при прерывистой текучести? Какие предвестники (если они есть) сигнализируют о наступлении закритической стадии деформирования?

Уже сейчас можно с уверенностью говорить, что нагружаемый материал на этапе предразрушения эволюционирует к состоянию СОК, о котором подробнее будет сказано ниже. В этом состоянии в динамической системе возможны лавины (т.е. катастрофы) любого масштаба, причём даже незначительное внешнее воздействие способно привести к глобальной катастрофе (т.н. триггерные воздействия). Это породило скепсис по отношению к возможностям прогноза для систем с СОК. Однако, как уже нами отмечалось ранее [14,19], в подобных нелинейных системах развиваются и другие процессы, в них, например, формируются долгоживущие кластеры, как результаты процессов корреляции и самоорганизации [127]. Процесс формирования крупномасштабного очага разрушения - это долговременный процесс, которому отвечает продолжительная квазистационарная стадия накопления повреждений (трещин) разных масштабов в локализованной области будущего макроскопического разрушения. Переход эволюции системы (разрушения в данном случае) от сравнительно медленной квазистационарной стадии к сверхбыстрому катастрофическому режиму (режиму с обострением [22]) должен как-то отразиться в статистике флуктуирующих параметров и мы надеемся, что предвестники катастрофического разрушения должны существовать. В явлении прерывистой текучести просматривается глубокая аналогия с сейсмическими процессами, для которых подобные предвестники

выявлены. Так явление асейсмического крипа по разломам, природа которого не вполне ясна, обычно сопровождается так называемым эпизодическим тремором. Эти вибрации считают случайными [128], их источниками полагают мелкие трещины, образующиеся в процессе асейсмического крипа крупного блока по разлому. Явление эпизодического тремора во многом схоже с тремором напряжений при прерывистой текучести. Скорее всего, этот процесс не случаен, являясь частным случаем многомасштабного процесса разрушения, он должен демонстрировать характерные корреляционные характеристики, наблюдаемые при формировании магистральных трещин. В этом контексте уместно привести слова академика Сергея Васильевича Гольдина, высказанные им в частной беседе по поводу перспектив прогноза землетрясений. Речь шла о том, что установлено огромное количество различных предвестников землетрясений, есть множество наблюдений за сейсмическим процессом, а надёжных и достаточно общих методик прогноза нет. Сергей Васильевич сказал примерно следующее: “В шахматах всего шесть фигур и несколько правил, а сколько партий можно разыграть, в земной коре в каждом конкретном случае также разыгрывается своя партия”.

В случае анализа флуктуаций при прерывистой текучести или разрушения образцов ситуация более оптимистичная, чем поиск предвестников при землетрясениях. В последнем случае предвестники являются косвенными признаками разрушения и несут информацию о сопутствующих разрушению геосреды явлениях: уровне грунтовых вод, который сильно зависит еще и от метеорологических условий; содержания в водах различных примесей: например, радона или хлора; электропроводимости и т.д. В случае прерывистой текучести или изучения стадии предразрушения мы анализируем флуктуации напряжений, непосредственно связанных как с процессами макроскопического неоднородного деформирования и с соответствующими релаксационными явлениями на микроуровне, так и с особенностями подготовки очага макроскопического катастрофического разрушения.

3.1 Свойство самоорганизованной критичности динамических систем

Хорошо известно, что открытые нелинейные динамические системы под внешними воздействиями способны к самоорганизации. При этом динамические системы находятся вдали от состояния термодинамического равновесия, а их самоорганизация обеспечивается дальнедействующими корреляциями между элементарными носителями возмущений [21,28,62]. Динами-

ческое состояние системы при этом обеспечивается колебаниями её параметров около определённого, поддерживаемого самой системой среднего значения. В классических примерах эффектов Белоусова-Жаботинского при химических реакциях, образования ячеек Бенара в подогреваемом слое вязкой жидкости и других подобных случаях колебания параметров и образование динамических структур являются периодическими или квазипериодическими процессами. Оказалось, что для очень многих нелинейных многомасштабных, иерархически организованных динамических систем, обладающих большим числом возможных энергетических состояний подобные колебания параметров, могут носить нерегулярный хаотический порядок. В этих случаях средние значения колеблющихся параметров обеспечиваются образованием лавин разных масштабов, причём в таких нелинейных динамических системах “возможны лавины любых масштабов” [25]. При таком состоянии системы в ней не существует статистически независимых масштабов, а значит, и нет характерного масштаба процесса. Одной из наиболее популярных физических моделей подобных динамических систем стала модель кучи песка, средний угол наклона которой поддерживается сходом лавин разных масштабов, начиная от минимального (единичные песчинки) до максимально возможного для данного изучаемого объекта, причём масштаб лавин не зависит от величины внешнего воздействия и флуктуаций [25,127]. Любое, даже незначительное воздействие может вызвать лавину максимального масштаба, т.е. спровоцировать катастрофу. Важнейшим свойством подобных динамических систем является то, что собственное критическое состояние поддерживается самой системой “хаотическим”, макроскопически скоррелированным движением. Нет необходимости извне подстраивать какие-либо её параметры.

В 1987 г. Р. Bak, С. Tang и К. Wisenfeld [48] установили, что распределение лавин по размерам подчиняется степенному закону ($P \sim L^{-n}$, здесь P – плотность вероятности возникновения лавины масштаба L , n – число порядка единицы). Подобные нелинейные динамические системы, способные самостоятельно поддерживать собственное критическое состояние за счёт процессов, развивающихся во всей иерархии масштабов, были названы системами, обладающими свойствами самоорганизованной критичности – СОК (self-organized criticality SOC) [48,129].

Таким образом, свойство СОК связано с пространственной фрактальной организацией динамической системы, проявляет масштабную инвариантность или скейлинг, в ходе которого изменения параметров системы обладают характерными корреляционными функциями и соответствующим спектром лавин. Указанные особенности во многом определяются параметрами взаимодействия дискретных элементов динамической системы [129-131].

Свойство СОК и соответствующие степенные законы распределения являются фундаментальным свойством эволюции большинства многомасштабных, иерархически организованных динамических систем. Такими системами являются биологические, экономические и социаль-

ные системы, различные природные и физические объекты, в том числе нагружаемые материалы, горные массивы и геосреды. Статистика природных катастроф – землетрясений, ураганов, наводнений; техногенных аварий – разрушений различных конструкций, взрывов на производствах, а также многие другие бедствия – обвалы на биржах, утечки информации и т.д., подчиняются, как правило, степенным законам распределения [25,126].

Поскольку эти системы в силу своих внутренних свойств стремятся к критическому состоянию, изучение особенностей СОК необходимо как для разработки методов прогноза и защиты от возможных катастроф, так и для создания соответствующих управляющих воздействий на систему с целью минимизации рисков и снижения возможных ущербов. Таким образом, несмотря на бесконечное разнообразие возможных эволюционных сценариев реальных природных и физических систем, можно считать достоверно установленным, что в процессе эволюции большинство нелинейных динамических систем приходят в состояние СОК, которое характеризуется следующими, общими для них свойствами [14,25,48,126,129]: 1) нелинейностью, выраженной, в том числе в характере положительных и отрицательных обратных связей, а также в пороговой динамике кинетических процессов, развивающихся во всей иерархии масштабов динамической системы; 2) неравновесностью и гетерогенностью динамической системы; 3) наличием в динамической системе большого числа возможных энергетических и метастабильных состояний; 4) пространственно-временным самоподобием процессов, развивающихся на разных масштабах динамической системы; 5) фрактальностью пространственно-временных структур, отражённой во фликер-шумовой структуре частотного спектра, что свидетельствует о дискретном характере процессов переноса и пространственно-временном самоподобии эволюционного процесса; 6) дальнедействующими корреляциями между структурными элементами и процессами во всей иерархии масштабов, которые и определяют макроскопическую глобальную динамику системы; 7) отсутствием характерного масштаба (или его потерей в ходе эволюционного процесса по мере приближения ДС к состоянию СОК), а также отсутствием статистически независимых масштабов; 8) наличием в системе медленной динамики, т.е. динамических коррелированных процессов, существенно более медленных, чем информационный обмен в динамической системе; это означает, что скорости внешних, управляющих динамической системой воздействий, должны быть существенно меньшими, чем скорости внутренних обменных и релаксационных процессов.

Основатели концепции СОК [48] также предложили теоретическую модель, основанную на нелинейных уравнениях типа уравнений Е.Н. Лоренца, открывших эру динамического хаоса [26]. В последующие полтора-два десятилетия после открытия явления СОК было предложено множество различных моделей, имитирующих различные природные и физические процессы и проявляющие, в том числе, свойства СОК. Большинство же экспериментальных данных по

СОК в этот период было получено на искусственных объектах: при исследовании динамики роста кучи песка, движения наждачной бумаги по нейлоновому покрытию и др. [130]. Это был период увлечения исследованиями общих свойств решений базовых уравнений синергетики (нелинейной динамики), когда многие исследователи полагали, что эволюцию различных нелинейных динамических систем можно описать этими базовыми уравнениями. Решения этих уравнений открыли нам безграничное разнообразие мира нелинейных систем и, что более важно, позволили понять наиболее общие закономерности различных эволюционных процессов, при бесконечном разнообразии конкретных эволюционных сценариев конкретных природных, физических и иных динамических систем. Однако нелинейная наука, оперирующая по большей части базовыми уравнениями, оказалась практически бессильной при попытках решения важных прикладных задач эволюции реальных динамических систем, включая прогноз различных критических ситуаций.

Действительно, любые имитационные модели, в том числе и базовые уравнения нелинейной динамики, не являясь моделями реальных процессов в смысле их физической обоснованности и строгости, могут в лучшем случае только симитировать какие-либо характерные черты реального процесса, уже известные нам из экспериментов, и не способны воспроизвести реальный сценарий эволюции изучаемой динамической системы. Видимо и по этой причине в научной литературе высказываются мнения, что существующие теории СОК, в том числе и в том виде, как её определили основатели этой парадигмы [48], не вполне соответствуют как наблюдаемым явлениям, так и современным физическим экспериментам [130-132].

Все современные методы прогноза эволюции реальных объектов основаны на методах физического моделирования и мониторинга реальных процессов. Вот здесь методы нелинейной динамики оказались бесценными уже как методы анализа данных физического эксперимента и мониторинга. Появилось много работ, в которых данные экспериментов по изучению деформации, в том числе прерывистой текучести и разрушения, анализируются методами нелинейной динамики [84,235,130,133,134].

В последние годы также стали появляться работы, в которых анализируются особенности эволюционных процессов реальных объектов на основе изученных особенностей численных решений уравнений математической физики, являющихся физически обоснованными моделями этих процессов (уравнений газовой динамики, механики деформируемого твёрдого тела, физики плазмы и др.) [14,16,17,89,135-137].

Нами было показано, что численные решения уравнений механики деформируемого твёрдого тела демонстрируют все особенности эволюционных процессов, включая самоорганизацию, СОК, катастрофические стадии эволюции и т.д., известные нам как из наблюдений эволюционных процессов реальных динамических систем, так и из решений базовых уравнений не-

линейной динамики. Причём, численные решения уравнений МДТГ демонстрируют эти фундаментальные свойства нелинейных динамических систем, если задача деформирования и/или разрушения сформулирована как задача эволюции нагружаемого твёрдого тела, т.е. прописаны положительные и отрицательные обратные связи, регулирующие деформационный процесс, а сама нагружаемая среда рассматривается как многомасштабная динамическая система [1,14-16,18].

К сожалению, пока не представляется возможным проанализировать общие свойства решений фундаментальных уравнений математической физики. Мы можем анализировать только результаты конкретного численного эксперимента, однако эти уравнения являются строгими в физическом смысле моделями изучаемых процессов. Так уравнения механики деформируемого твёрдого тела вместе с определяющими уравнениями (уравнениями состояния) позволяют на строгом физическом уровне решать различные задачи прикладного характера. Конечно, реальные среды (металлы, горные породы и геосреды и т.д.) устроены неизмеримо сложнее по сравнению с возможностями соответствующих определяющих уравнений, и мы не можем учесть в моделях многие, возможно важные детали, но выяснить не только качественные, но также и количественные эволюционные характеристики реальных деформационных процессов на основе анализа численных решений уравнений МДТГ вполне реальная задача. Такая возможность появилась, когда стало понятным, что фундаментальные уравнения математической физики, в том числе и уравнения МДТГ не только являются обоснованными моделями реальных процессов, но и являются базовыми уравнениями математической теории эволюции этих физических систем [1,14], демонстрируя в своих решениях все характерные особенности эволюционных процессов, открытых нелинейной динамикой.

3.2 Моделирование прерывистой текучести. Анализ особенностей статистики флуктуаций напряжений течения

Условие устойчивости пластического течения определяется простым соотношением

$\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \frac{\partial \epsilon_i}{\partial t} > 0$, следовательно, пока в среде присутствует деформационное упрочнение, пластическое течение будет устойчиво. Прерывистая текучесть будет реализовываться, когда в среде постоянно будет происходить локальное нарушение этого условия в областях релаксации и его

последующее восстановление вследствие догрузки и/или в результате упругих взаимодействий локально разупрочненных частиц с соседними элементами.

Так как общий средний тренд $\sigma \sim \epsilon$ диаграммы демонстрирует макроскопическое упрочнение и глобальную устойчивость деформационного процесса, то при прерывистой текучести мы наблюдаем временное локальное «разупрочнение» с последующим возрастанием деформирующего напряжения. Слово «разупрочнение» взято в кавычки потому, что это кажущееся разупрочнение, обусловленное динамическими эффектами. Каждая частица упрочняется согласно закону деформационного упрочнения, приводящего к соответствующему значению статического предела текучести. Хорошо известно, что прерывистая текучесть наблюдается в определённом интервале скоростей деформирования (и температур). Выше и ниже этих скоростей эффект не наблюдается. Феноменология этого процесса следующая. При невысоких скоростях деформирования средняя скорость пластической деформации $\dot{\epsilon}^P$ оказывается хоть и не высокой, но достаточной для обеспечения необходимой релаксации и установления соответствующего равновесного динамического состояния. Материал как система оказывается способным обеспечить устойчивость деформационного процесса. При высоких скоростях деформирования вырабатывается высокий уровень динамического деформирующего напряжения и, соответственно, высокие скорости пластической деформации, также достаточные для установления динамического равновесия.

В диапазоне средних скоростей деформирования, когда $\dot{\epsilon}_{cp}^T \gg \dot{\epsilon}_{cp}^P$, деформационных дефектов недостаточно, чтобы обеспечить необходимую для установления динамического равновесия релаксацию. Материал как динамическая система, находящаяся в состоянии СОК, поддерживает средний уровень динамических напряжений течения сериями лавин – локальных неустойчивостей деформационного процесса. Каждая точка на $\sigma \sim \epsilon$ диаграмме есть средний по всем частицам микроскопический уровень пластического течения при достигнутой на данный момент средней макроскопической деформации образца. Последующее приращение деформации будет осуществлено на фоне увеличения среднего напряжения течения, если иметь в виду общий тренд. Следовательно, в каждый конкретный момент времени, потеря локальной устойчивости пластического течения происходит хоть и в малых локальных областях образца – полосах локализованного сдвига, но достаточно многочисленных и/или протяженных, чтобы этот процесс отразился на усредненной макро диаграмме. По этой причине это уже явление мезоуровня, обусловленное корреляциями множества элементарных актов на микроскопическом уровне.

Как явление мезоуровня прерывистая текучесть усиливает процесс локализации деформации по сравнению с устойчивой пластической деформацией, так как при каждом акте локаль-

ной потери устойчивости релаксация осуществляется при высоких локальных значениях скорости пластической деформации $\dot{\epsilon}^p$ (также и в экспериментах [83,84]), что дает дополнительный прирост неупругой деформации в каждом таком релаксационном акте $D\epsilon^p = \dot{\epsilon}^p Dt$, чего нет в случае локально устойчивого процесса деформирования.

Другой важный эффект прерывистой текучести, являющийся следствием более интенсивных релаксационных процессов, заключается в том, что равновесное динамическое напряжение течения, отвечающее тренду при соответствующей скорости формирования, оказывается ниже, чем напряжения течения при локально устойчивом пластическом течении при тех же скоростях деформирования ($D\sigma \sim \dot{\epsilon}^p Dt$). Этот эффект понижения сопротивления пластического течения при прерывистой текучести проявляется на макроуровне вплоть до отрицательной скоростной чувствительности (а также и аномальной температурной), т.е. как понижение, а не повышение деформирующего напряжения с ростом скорости деформирования и является исключительно эффектом мезо и макромасштабов, определяемых особенностями релаксации. Это подтверждается и тем, что никаких особых микромеханизмов при прерывистой текучести не обнаружено [84] и с точки зрения анализа микропроцессов обратная скоростная чувствительность является физически кажущейся величиной [108]. Так в работе [84] показано, что при отсутствии прерывистой текучести макролокализация никогда не приводит к обратной скоростной чувствительности. Из сравнения расчётов напряжений течения при устойчивом процессе деформирования и при наличии неустойчивостей (рисунок 34), выполненных при прочих равных условиях, видно, что наличие прерывистой текучести заметно понижает величину напряжения течения. Физико-механические свойства сплава Al (таблица 3) и граничные условия, использованные при численном моделировании, приведены в приложении.

Все расчёты выполнены для модельных материалов с прочностными параметрами, близкими к параметрам сплавов Al-Mg, при деформировании которых наблюдается прерывистая текучесть. Обычно прерывистая текучесть наблюдается в диапазоне скоростей деформирования $\dot{\epsilon}=10^{-6}, 10^{-2} \text{c}^{-1}$. По соображениям ограничений возможностей вычислительного кластера, расчётные скорости деформирования варьировались в диапазоне $\dot{\epsilon}=10^{-3}, 10 \text{c}^{-1}$. При таких скоростях деформирования один расчёт на высокопроизводительном кластере занимал несколько часов при общей деформации до 10, 20%. При явном учёте зеренной структуры для выполнения 3D расчётов необходимое время расчётов возрастало до суток и более.

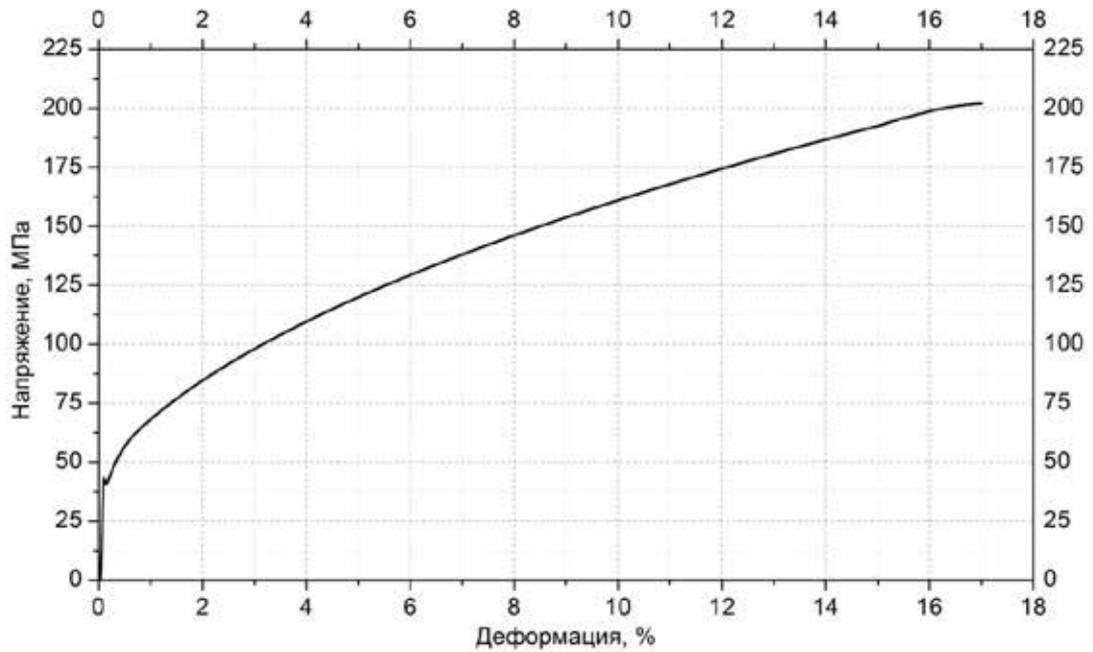


Рисунок 33 – Расчёт кривой течения в случае устойчивого развития деформационного процесса при начальной неоднородности сдвиговой прочности образца, $DY_0 = \pm 0,2 Y_0$ среды.

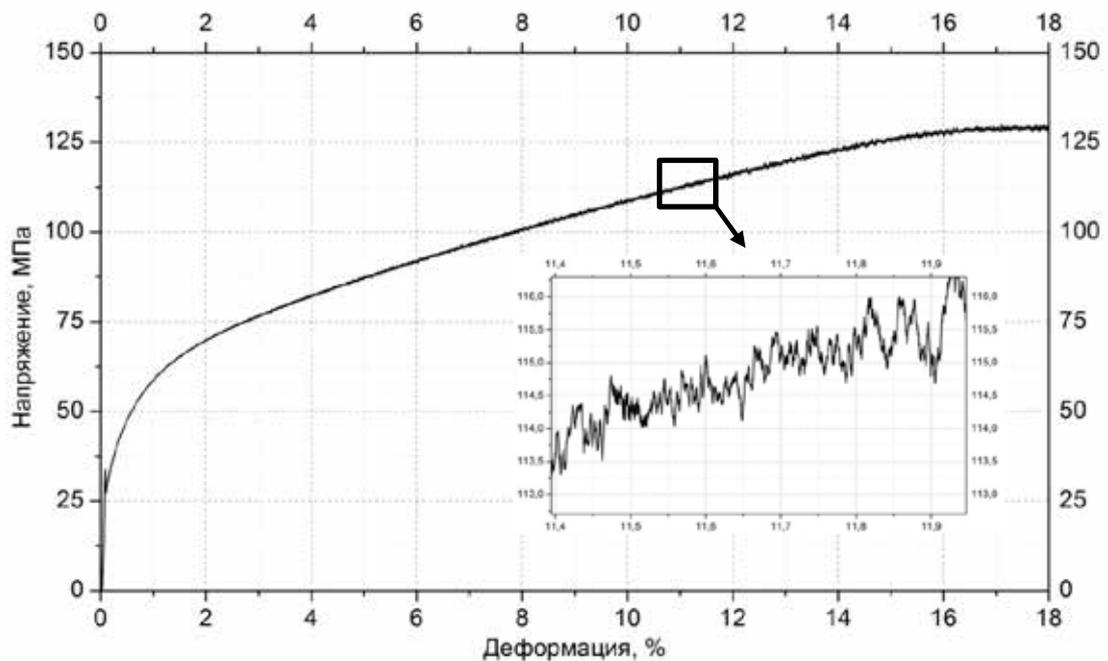


Рисунок 34 – Расчёт кривой течения в случае неустойчивого развития деформационного процесса при начальной неоднородности сдвиговой прочности образца, $DY_0 = \pm 0,2 Y_0$ среды.

Типичный расчёт $s \sim \epsilon$ диаграмм с учётом процессов деструкции показан на рисунке 35а (2D расчёты), на врезках I и II приведена пространственная структура флуктуаций напряжений от среднего тренда. Картина локализации деформации на стадии формирования шейки показана на Рисунок 35б.

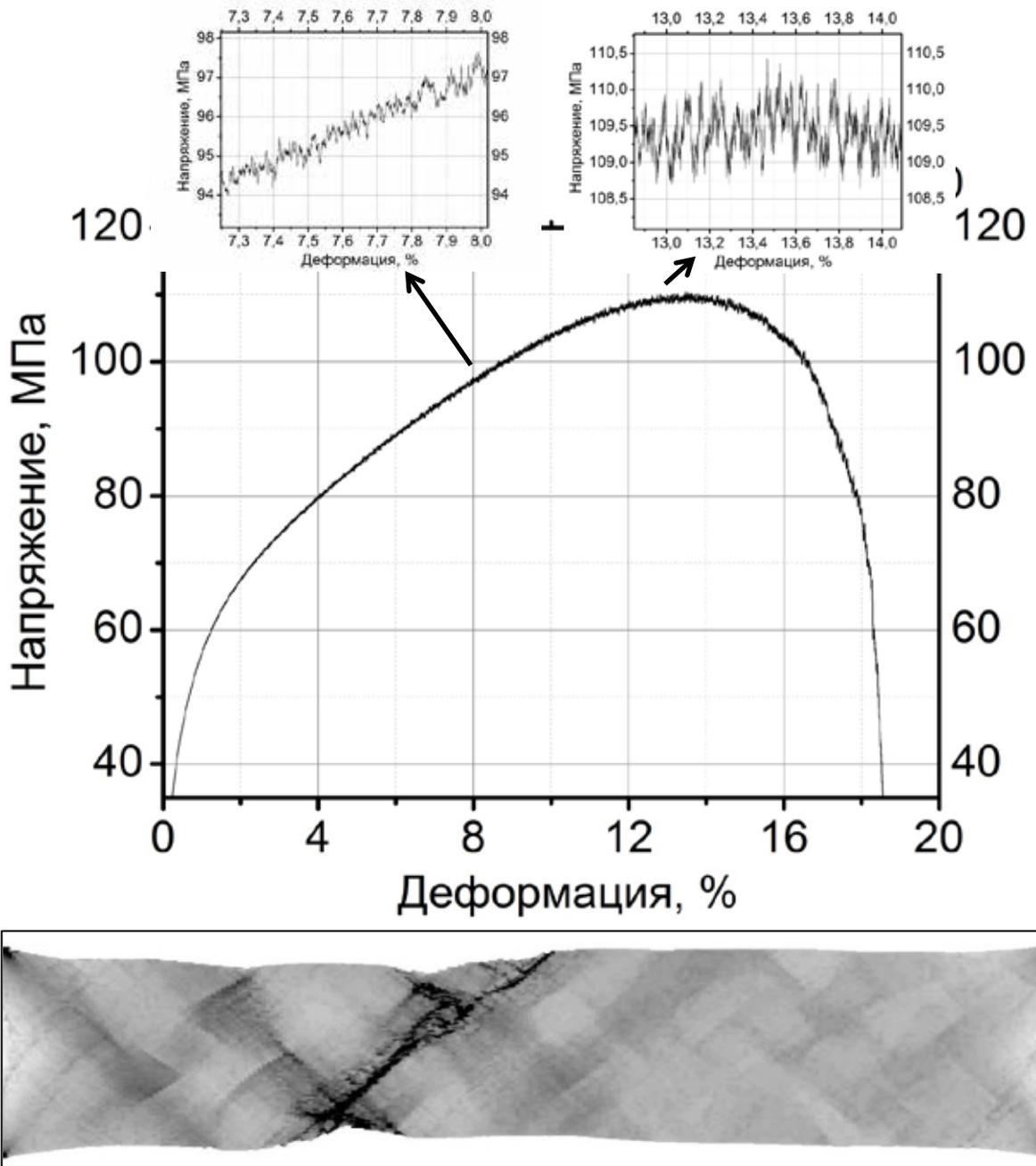


Рисунок 35 – 2D моделирование прерывистой текучести: σ - ϵ диаграмм с учётом процессов деформации (а), локализация пластической деформации на стадии формирования шейки (б).

Типичная картина эволюции формирующихся полос локализованной деформации для двух средних степеней деформации представлена на рисунке 36.

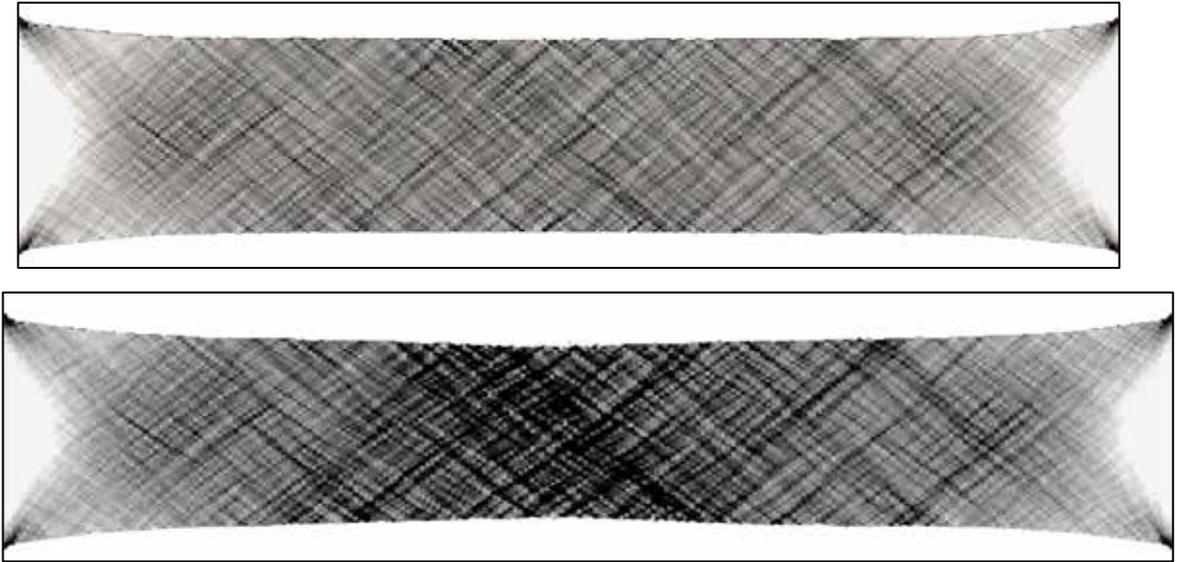


Рисунок 36 – Типичное распределение полос локализованной деформации, формирующихся в условиях прерывистой текучести (показаны ранняя и более поздняя степени деформации).

Для изучения статистических закономерностей флуктуаций напряжений от среднего тренда при прерывистой текучести были изучены PDF-зависимости (функции плотностей распределения флуктуаций), а также амплитудно-частотные характеристики или фликкер-шумовая структура исследуемого сигнала. PDF зависимости определялись следующим образом. Весь спектр флуктуаций напряжений разбивался на K интервалов и подсчитывалось количество точек, попавших в каждый интервал. По оси ординат откладывается величина $\lg(n/N)$, где n - число точек в интервалах K , N - общее количество точек. По оси абсцисс откладываются значения $(s-m)/s^*$, где s - значение середины каждого интервала, m - математическое ожидание, а s^* - среднеквадратичное отклонение.

Расчёт статистической плотности распределения флуктуаций напряжений для случая прерывистой текучести, показанного на рисунке 35, приведен на рисунке 37б и в, показана фликкер-шумовая структура этого сигнала в полулогарифмических и двойных логарифмических координатах соответственно.

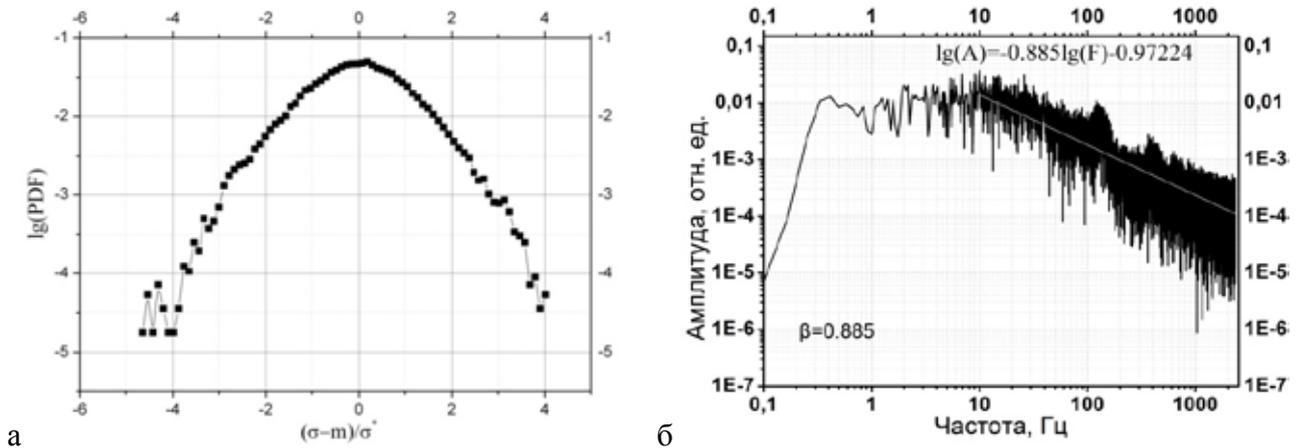


Рисунок 37 – Статистический анализ кривой течения, показанной на Рисунок 35: PDF зависимость (а), фликкер-шумовая структура сигнала двойных логарифмических координатах (б).

Распределения, подобные приведённому на рисунке 37а, называют распределениями с "тяжёлыми хвостами" [126] и могут свидетельствовать о том, что динамическая система находится в состоянии СОК. Однако подобные колоколообразные распределения, близкие к пуассоновскому, характерны для состояния ДХ, для которого можно выделить характерные лидирующие масштабы. Важнейшим признаком СОК является фликкер-шумовая структура сигнала с показателем степени $b \sim 1$. Степенное распределение амплитудно-частотной зависимости вида $A(f) \sim f^{-b}$, где A - амплитуда шумового сигнала, f - его частота, приведённое на рисунке 37б и в, с показателем $b=1$, свидетельствует о состоянии СОК нагружаемого образца. Как известно, для СОК характерно отсутствие выделенного масштаба. Последнее означает, что в системе сформировалась масштабно-инвариантная гетерогенная структура систем полос локализованной деформации (или трещин в случае разрушения). Известно, что для случайных гауссовых процессов – белого шума – показатель $b=0$. Значение $b \gg 1$ и более в амплитудно-частотном спектре свидетельствует о существовании долговременных корреляций в динамике полос локализованной деформации.

Близкие значения показателя b характерны для динамики многих нелинейных систем, находящихся в состоянии СОК. Так при разрушении льда в работе [125] был изучен спектр сигналов электромагнитной эмиссии и был сделан вывод о "неустойчивом характере динамики формирования дислокационной структуры льда на мезоскопическом уровне". На рисунке 38а приведён полученный в этой работе спектр мощности измеренного электромагнитного сигнала на стадии, предшествующей глобальному разрушению ($S_p(f) \sim f^{-b}$). Аналогичные зависимости спектров мощности для высокочастотного сейсмического шума (ВСШ) [50] и спектра Фурье лавин магнитного потока в джозефсоновской решётке, находящейся в состоянии СОК [130] показаны на рисунке 38б и в соответственно.

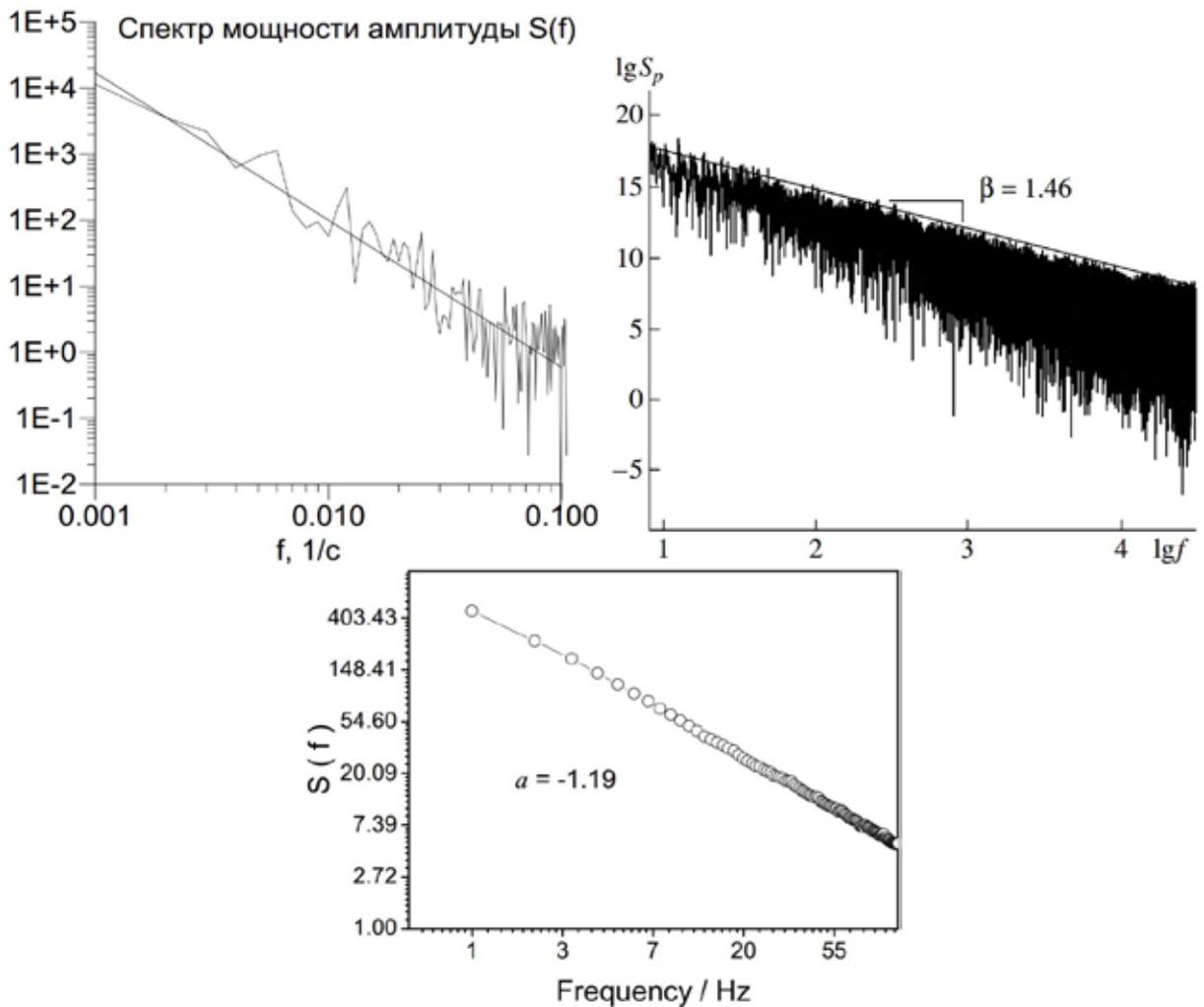
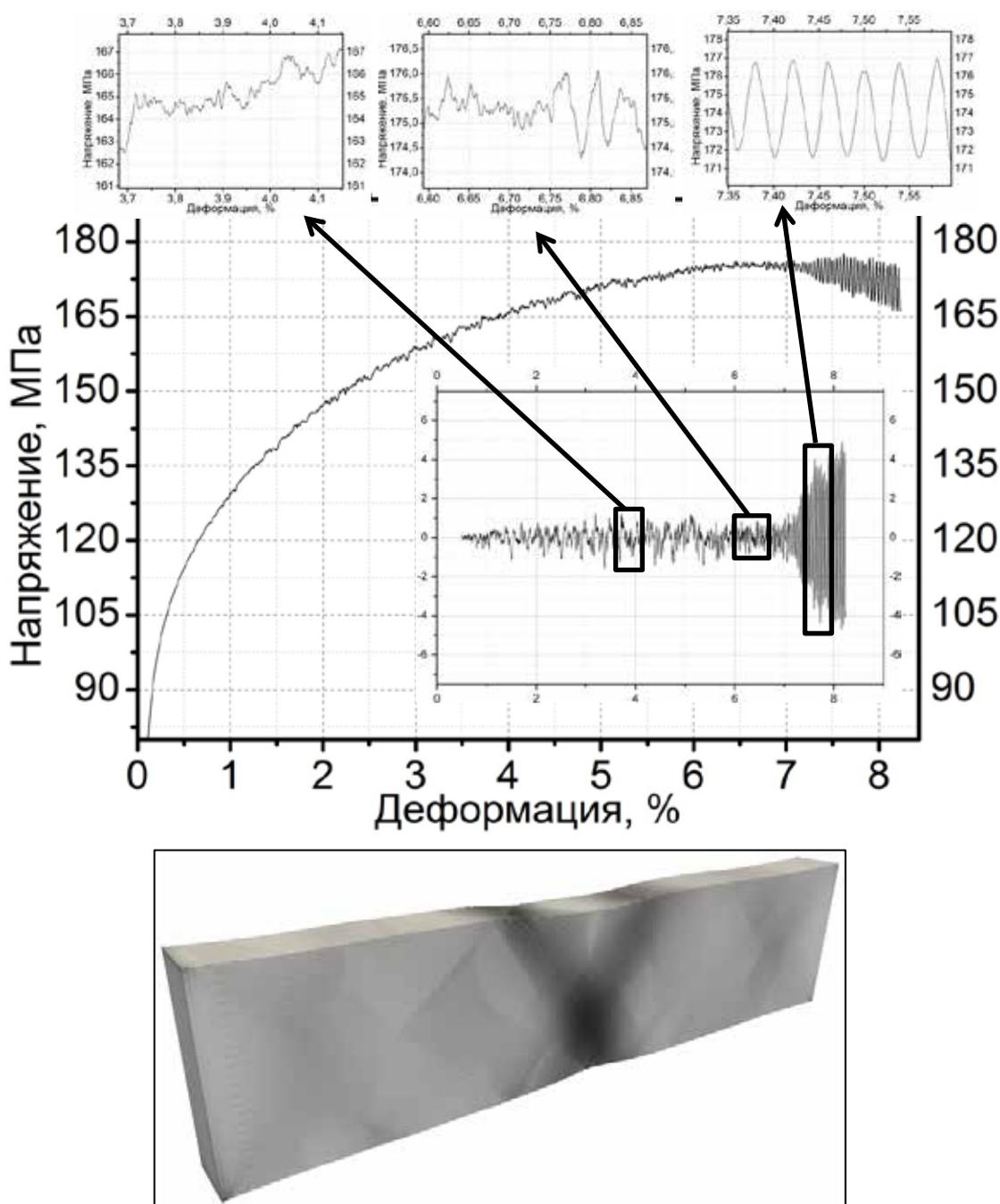


Рисунок 38 – Экспериментальные исследования фликер-шумовой структуры сигналов различных динамических систем, находящихся в состоянии СОК: а) электромагнитного сигнала при разрушении льда [125]; б) высокочастотного сейсмического шума [50]; в) Фурье-спектра лавин магнитного потока в джозефсоновской решетке [130].

Таким образом, полученные в расчётах статистические характеристики флуктуаций напряжений при прерывистой текучести полностью идентичны подобным характеристикам реальных физических динамических систем, находящихся в состоянии СОК.

Хотя 2D расчёты в целом качественно верно описывают процесс эволюции напряжённо-деформированного состояния нагружаемого образца, многие важные детали оказываются существенно искажёнными. Так наклон полос локализованной деформации в 2D расчётах оказывается равным приблизительно 45° (рисунок 35), в то время как при 3D моделировании этот угол, как и в экспериментах, равен приблизительно 55° .



б

Рисунок 39 – 3D моделирование прерывистой текучести: а) $\sigma \sim \epsilon$ диаграмма и осцилляции напряжений относительно тренда; б) локализация пластической деформации в области формирующейся шейки.

Более важно другое. Как и при моделировании гидродинамических неустойчивостей и турбулентности при течении газов, которая воспроизводится только при 3D моделировании, так и при моделировании прерывистой текучести в 3D постановке появились новые важные детали. «Увеличение размерности явления (переход от двумерных течений к пространственным) сопровождается физическими эффектами, которые в задачах меньшей размерности либо отсут-

ствуют, либо проявляются в количественно иной степени» [135]. Так 3D модель позволила выявить характерные нарастающие автоколебания при формировании шейки, которые обусловлены переключением деформационного процесса с одной сопряжённой полосы на другую, и которые не воспроизводились в 2D расчётах (рисунок 39).

Также на рисунке 40 представлены рассчитанные кривые прерывистого течения при 3D моделировании для разных вариантов деформационного упрочнения (коэффициент $\alpha = 0.2 \div 0.3$). Флуктуации напряжения течения от среднего тренда имеют ярко выраженный характер. Данные кривые соответствуют типичным кривым, получаемым при растяжении сплавов Al-Mg.

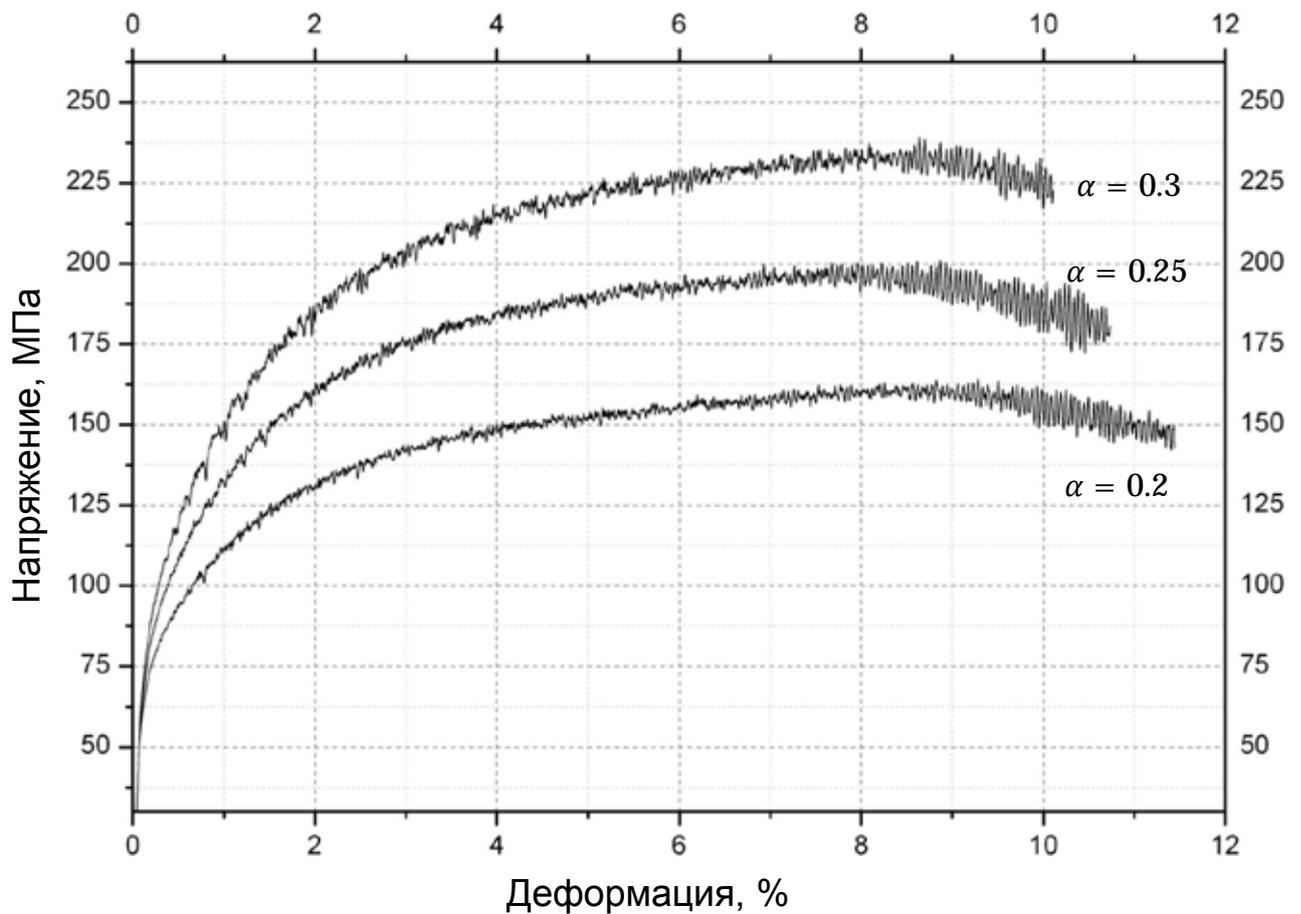


Рисунок 40 – Рассчитанные кривые прерывистого течения для трех вариантов деформационного упрочнения $\alpha = 0.2, 0.25$ и 0.3 соответственно.

Также претерпел изменения сам характер флуктуаций напряжений, что видно из сравнения графиков плотностей распределения флуктуаций напряжений для 2D и 3D расчётов (рисунок 37а и рисунок 41 I-V).

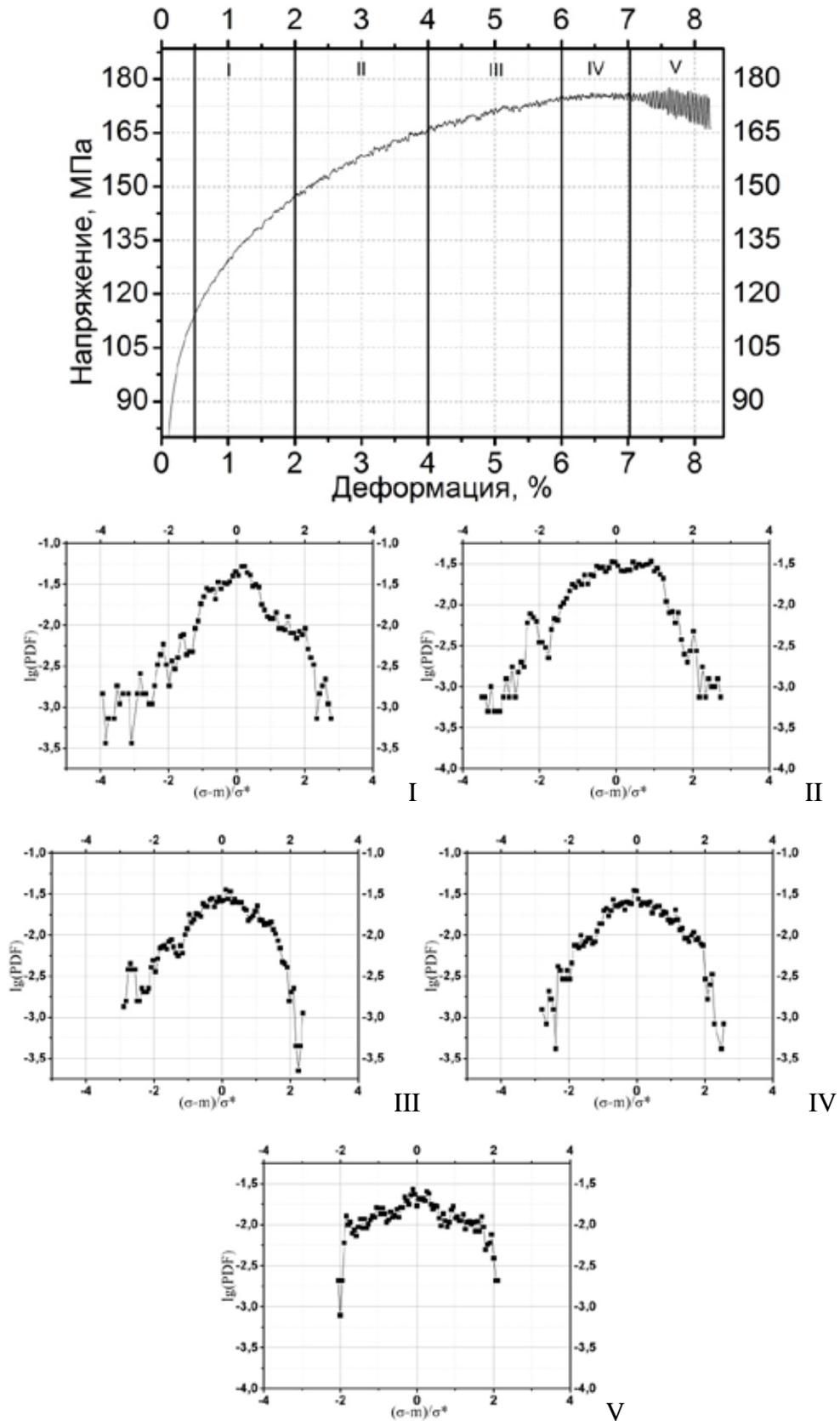


Рисунок 41 – Эволюция плотности распределения флуктуаций напряжений по мере приближения деформационного процесса к катастрофе. I) II) III) IV) V)

Для прогноза глобальной катастрофы необходимо проследить динамику статистических параметров по мере эволюции системы к глобальной потере устойчивости. Наиболее информативным показателем приближения динамической системы к катастрофе оказалась эволюция степенного показателя β амплитудно-частотной характеристики шумового сигнала, приведённая на рисунке 42.

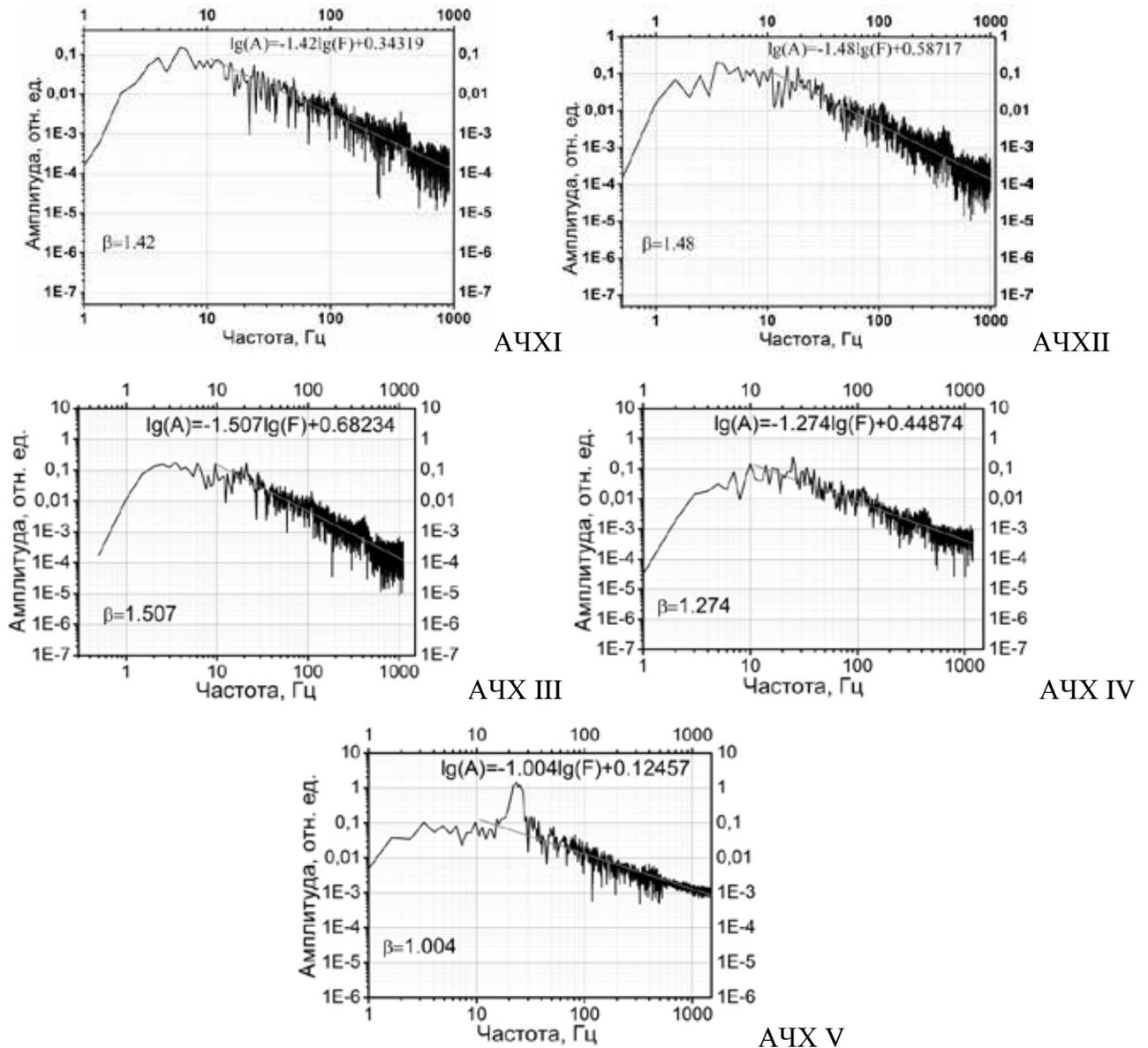


Рисунок 42 – Эволюция характера амплитудно-частотной зависимости флуктуаций напряжений при прерывистой текучести по мере приближения системы к критическому состоянию.

На этапе эволюции системы от состояния ДХ к состоянию СОК показатель β растёт до величины $\beta \gg 1,5$, затем резко падает на последней стадии до единицы, что свидетельствует об увеличении вероятности глобальной катастрофы. Такое поведение является типичным для графиков повторяемости сейсмических событий в законе Гуттенберга-Рихтера. Обычно в области наиболее крупных катастрофических событий наклон графика увеличивается, что говорит о

меньшей вероятности крупномасштабной катастрофы. Причина такого поведения не вполне ясна, наиболее вероятной является естественное ограничение катастроф очень больших масштабов, налагаемое физико-механическими и прочностными параметрами геосреды на современном этапе её эволюции. Другой вероятной причиной такого поведения нелинейной динамической системы может быть её пространственная ограниченность. Перед крупным Алтайским землетрясением 2003 г наблюдалось заметное уменьшение угла наклона графика повторяемости в Чуйско-Курайском регионе, что свидетельствовало о нарастании вероятности крупномасштабной катастрофы.

Наиболее ярким “предвестником” глобальной катастрофы является переход системы в автоколебательный режим с нарастающей амплитудой (рисунок 39). Это состояние отвечает переходу деформационного процесса на закритическую стадию эволюции активного формирования шейки. Однако о таком переходе желательно знать заранее. Возможными предвестниками подобных переходов могут быть процессы медленной динамики, деформационные фронты, подпитывающие очаг формирующегося разрушения [14].

Заключение к разделу 3

Изложенный подход к моделированию явления прерывистой текучести основан на численном изучении процессов деформирования и разрушения твердых тел как процессов их эволюции, включая заключительную катастрофическую стадию глобальной потери устойчивости при формировании шейки или образования макроскопической магистральной трещины. При таком подходе нагружаемое твердое тело рассматривается как типичная многомасштабная нелинейная динамическая система, эволюционирующая по законам нелинейной динамики. Подходы и методы нелинейной динамики уже более 15 лет применяются для анализа данных экспериментов, как при изучении пластического течения различных сред, так и при их разрушении.

Однако какой-либо достаточно общей теории, позволяющей изучать нагружаемые твердые тела и среды как типичные нелинейные динамические системы, не существовало. Ранее нами было показано, что такой общей теорией являются уравнения МДГТ (как и все уравнения математической физики для тех объектов, математическими моделями которых они являются), которые вместе с соответствующими определяющими уравнениями являются эволюционными

уравнениями реальных процессов деформации и разрушения. Для постановки задачи деформирования и разрушения как эволюционной необходимо прописать отрицательные и положительные обратные связи и задать управляющие параметры, регулирующие эволюционный процесс. Было также показано, что численные решения уравнений МДГТ в этом случае демонстрируют все характерные черты эволюционных сценариев, включая локализации, смены сценариев эволюции, динамический хаос и СОК. Разрушение на всех масштабах на заключительных стадиях всегда переходят в сверхбыстрый катастрофический этап – режим с обострением [1,14,16,19,104].

Явление прерывистой текучести имеет фундаментальное значение, так как на его примере можно подробно исследовать особенности и закономерности неустойчивости деформационных процессов, в том числе и при формировании очага глобального разрушения. В работе ставилась задача построить феноменологическую модель прерывистой текучести и выяснить существуют ли предвестники перехода процессов локальной потери устойчивости к глобальной катастрофе.

Предложена феноменологическая модель прерывистой текучести, которая основывается на следующих базовых идеях:

1. Описание явления прерывистой текучести как процесса сугубо релаксационного (как и любого пластического течения).
2. Процесс неустойчивого пластического течения регулируется обратными связями, отрицательной обратной связью, стабилизирующей деформационный процесс к некоторому состоянию локального динамического равновесия за счет релаксации, и положительной обратной связью, дестабилизирующей деформационный процесс в тех локальных областях, где релаксация недостаточно развита и напряжения растут.

Показано, что эффект прерывистой текучести – явление исключительно мезоуровня, а также макроскопическое и никак не регулируется процессами микроуровня. Наоборот, неустойчивости пластического течения развиваются в тех локальных областях нагружаемого материала, в которых скорости общей деформации, ответственные за рост упругих напряжений и скорости пластических деформаций, приводящие к релаксации, оказываются приблизительно равными. Нагружаемый материал как нелинейная динамическая система, находящаяся в состоянии СОК реагирует типичным для динамических систем способом – переходом в состояние локальной неустойчивости и генерацией лавин разных масштабов – дислокационных потоков в данном случае, релаксирующих локально растущие напряжения и поддерживая, таким образом, квазиравновесное состояние. В каждом конкретном случае можно установить конкретные микромеханизмы, приводящие к таким дислокационным лавинам, многие из таких механизмов уже установлены. В этом смысле явление прерывистой текучести принципиально не может быть объяснено, исходя только из рассмотрения микроуровня, так как поведение любой иерархиче-

ской системы в принципе не сводимо к поведению ее подсистем (в данном случае система – образец, подсистема - дислокационный континуум). В случае прерывистой текучести развитие неустойчивостей полностью регулируется на уровне макропараметров – локальными скоростями нагружения и способностью материала в этих локальных областях релаксировать растущие напряжения. В этом смысле обратная скоростная чувствительность является «физически кажущейся», так как повышенная релаксация при прерывистой текучести устанавливает динамически равновесное напряжение на уровне заметно меньшем, чем при устойчивой пластической деформации.

В работе показано, что для надежного анализа особенностей неустойчивостей деформационного процесса, особенно на заключительной стадии предразрушения, необходимо выполнять 3D моделирование. Только в этом случае удалось получить нарастающие автоколебания, обусловленные процессом активного формирования шейки и получить углы наклона графиков амплитудно-частотной зависимости близкими к наблюдениям.

Также показано, что численные решения уравнений МДТТ демонстрируют как состояние ДХ, так и СОК. Анализ статистики флуктуаций напряжений от среднего тренда, в том числе анализ амплитудно-частотных характеристик этих флуктуаций показал, что нагружаемый материал как типичная нелинейная динамическая система эволюционирует от состояния ДХ к СОК и глобальной катастрофе. На стадии предразрушения наклон графика повторяемости менялся от значений 1,5 до 1, что является надежным свидетельством о росте вероятности глобальной катастрофы [6] (список работ, опубликованных по теме диссертации).

4 Моделирование современной эволюции складчатых областей Центральной Азии

4.1 Евразийская плита и обрамляющие сейсмоактивные пояса как источники деформаций в Центральной и Восточной Азии

Большое число исследований по различным направлениям наук о Земле в настоящее время посвящено Центральной Азии, которая занимает значительную часть Евразийской тектонической плиты и включает в себя целый ряд сейсмоактивных поясов. Все сейсмоактивные пояса обусловлены контактным взаимодействием по границам тектонических плит - Северо-Американской, Тихоокеанской, Индийской и Аравийской плит с Евразийской плитой.

Важнейшими сейсмоактивными поясами являются Арктико-Азиатский, зона субдукции Тихоокеанской плиты, Альпийско-Гималайский сейсмоактивный пояс и внутриконтинентальный Байкало-Становой, а также Алтае-Саянская складчатая область. Взаимодействие плит в зонах их контактного сопряжения определяет геодинамические процессы внутри плит, что отмечается многими авторами, например, [36,37,138], в связи с чем, значительное число работ посвящено изучению кинематики движения блоков Земной коры, а также сейсмического процесса, как отражения геодинамического состояния региона, в вышеперечисленных сейсмоактивных поясах.

Так, например, анализ механизмов очагов землетрясений в Лаптево-морском сегменте Арктической сейсмоактивной зоны показал, что из-за спрединга по одну сторону от оси сочленения Евразийской и Северо-Американской плит наблюдается трансенсия по шельфу моря Лаптевых, а по другую сторону вдоль хребта Гаккеля наблюдается транспрессия, как реакция на спрединг [138].

В зоне Черского сегмента, также на границе Евразийской и Северо-Американской плит, механизмы очагов землетрясений отвечают взбросо-сдвигам, сдвигам и надвигам, что связано с действием Колымо-Омолонского блока, как индентора, порождающего правосторонние и левосторонние сейсмодислокации вдоль контактной границы. По границам Охотоморской плиты механизмы очагов землетрясений указывают на сдвиговый характер горизонтальных смещений [138].

На рисунке 43 представлена карта-схема горизонтальных перемещений блоков Земной коры по границе сопряжения Евразийской и Северо-Американской плит по данным GPS, представленным в работе [37].

Анализ результатов измерений горизонтальных перемещений блоков Земной коры в области сопряжения трех литосферных плит по данным космической геодезии GPS показал, что Северо-Американская плита вращается по часовой стрелке вокруг Евразийской плиты с угловой скоростью порядка $0,2^\circ$ за миллион лет с полюсом вращения, находящимся вблизи границы сопряжения плит [37]. Данный скоростной режим соответствует современным движениям блоков Земной коры и ответственен за характер напряженно-деформированного состояния, сформировавшегося в сейсмоактивном сегменте Черского, который, по-видимому, характеризуется сдвигом с небольшим поджатием. Однако, как отмечают авторы, из-за близости полюса взаимного вращения, область влияния коллизионного пояса на деформационные процессы внутри плит ограничиваются первой сотней км.

В районе Японской островной дуги, по GPS - данным той же работы, по обе стороны от области сопряжения Евразийской и Тихоокеанской плит амплитуды перемещений блоков земной коры близки по абсолютным значениям и противоположны по направлению, что свидетельствует о квазистабильном погружении Тихоокеанской плиты под Евразийскую.

Граница сопряжения Индийской и Евразийской плит и влияние коллизии на характер напряженно-деформированного состояния внутри Евразийской плиты, пожалуй, является наиболее изученными. В работах [36,38,139] проводится анализ влияния жесткого штампа в виде Индийской плиты на характер геодинамических процессов во внутриконтинентальных складчатых областях, в том числе напряженно-деформированного состояния (по результатам реконструкции природных напряжений в горных массивах), тектонических течений (по данным GPS) и сейсмического процесса (по сейсмологическим данным).

В работе [47] представлены результаты комплексного тектонофизического анализа строения литосферы Центральной Азии, позволившего выделить крупнейшие жесткие блоки литосферы (супертеррейны), а также обрамляющие мобильные зоны, характеризующиеся различной степенью мобильности. На рисунке 44а приведена карта-схема зонно-блоковой делимости литосферы Центральной и Восточной Азии [47]. Как отмечается в работе [38] подобное деление литосферы на жесткие блоки и мобильные зоны можно принять в первом приближении. На региональном уровне осреднения физико-механических характеристик блоков и мобильных зон ранжирование приходится проводить с использованием большего числа параметров, определяющих свойства среды, например, параметр кумулятивной плотности сейсмогенных разрывов.

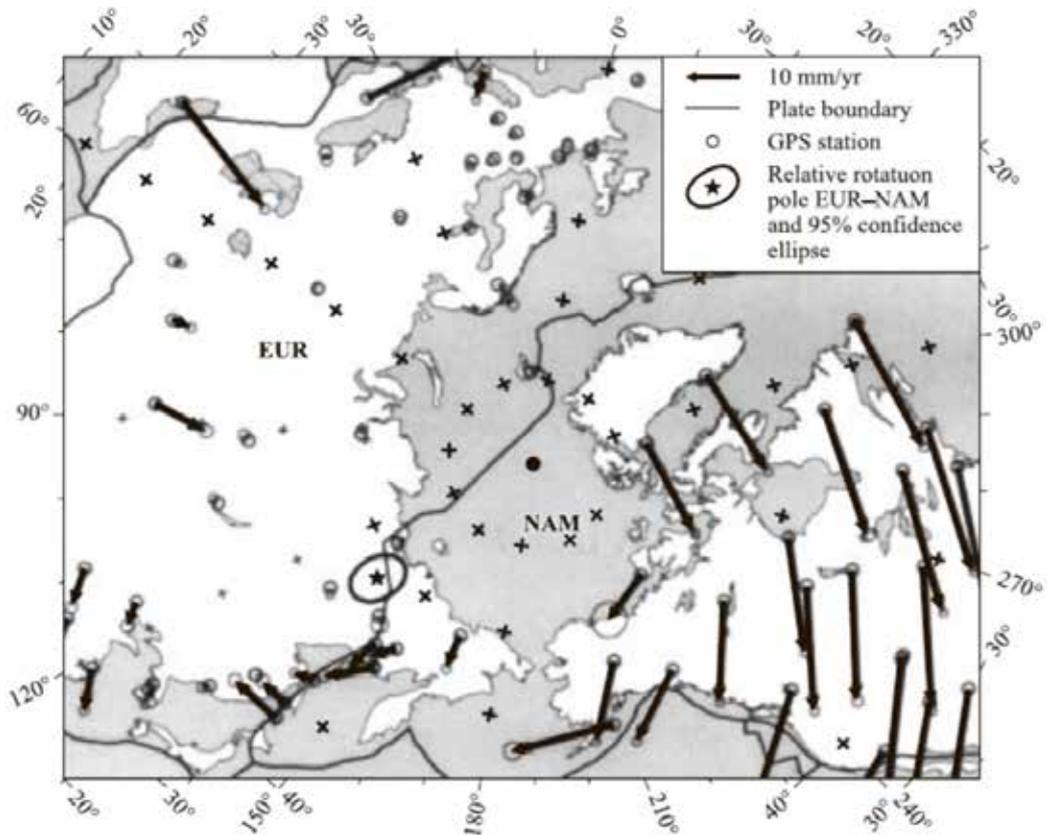


Рисунок 43 – Карта-схема горизонтальных перемещений блоков Земной коры по границе сопряжения Евразийской и Северо-Американской плит по данным GPS.

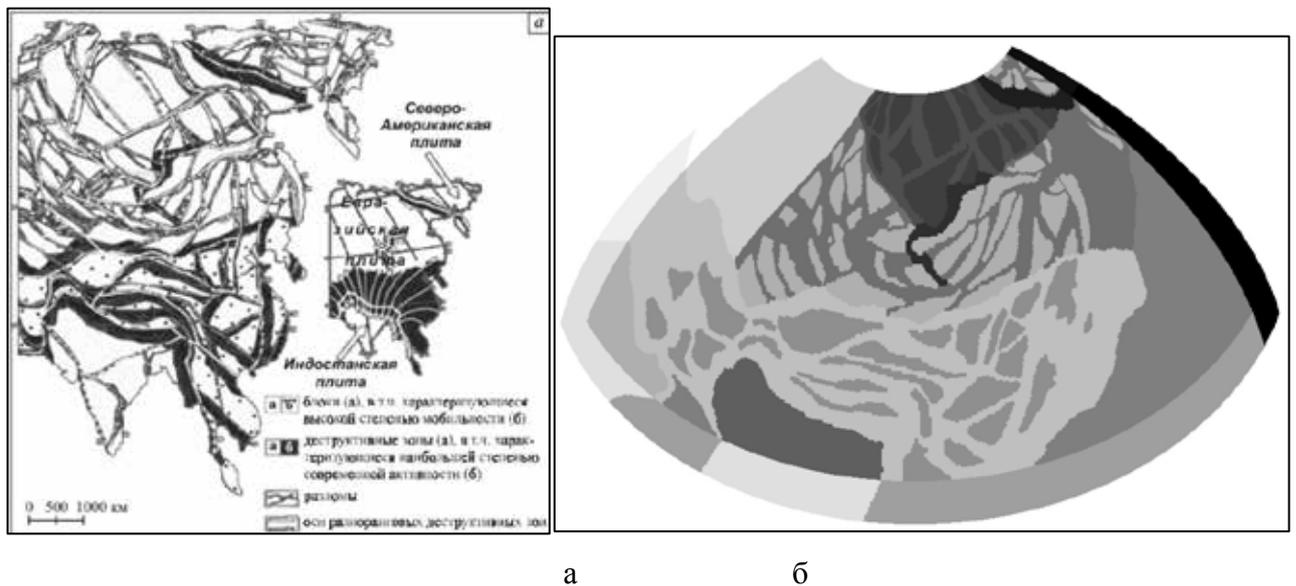


Рисунок 44 – Карта-схема зонно-блоковой делимости литосферы Центральной Азии (а), уточненная структурная модель (б).

В монографии [36] собран большой объем инструментальных геологических наблюдений за геодинамикой складчатых областей, в том числе в области коллизии Индийской и Евразий-

ской плит. Многими авторами поддерживается точка зрения об определяющей силе Индо-Евразийской коллизии в формировании обширной территории орогенов к северу от области коллизии – Гималаи, Памир, Гиндукуш, Тянь-Шань и т.д. По данным GPS из разных работ, например [140], внедрение Индийской плиты в Евразийскую, начавшееся около 30 млн. лет назад продолжается в настоящее время со скоростями до 1 см/год. В работе [36], по геологическим данным, а в работе [37], по данным GPS, также отмечается, что Аравия перемещается в север-северо-восточном направлении со скоростями до 2 см/год. На рисунке 45 представлена схема пассивного тектогенеза в Центральной Азии в результате Индо-Евразийской коллизии из работы [36]. Все приведенные выше данные из литературы представляют собой опорные точки при моделировании тектонических течений и сейсмического процесса в Центральной Азии.



Рис. 7.3. Схема, иллюстрирующая пассивный механизм рифтогенеза в Азии под воздействием Индо-Азиатского столкновения (по: [Cobbold, Davi, 1988]).

1 – трассы главных разломов; 2 – области с высотами более 2 км; пары стрелок показывают градиентные зоны горизонтальных движений: 3 – сжатие, 4 – растяжение, 5 – сдвиг.

Рисунок 45 – Схема, иллюстрирующая механизм пассивного тектогенеза в Азии в результате Индо-Евразийской коллизии.

В настоящей работе на основе развиваемой авторами эволюционной методологии деформационных процессов и процессов разрушения проведено численное изучение геодинамики складчатых областей Центральной Азии. А именно – численное изучение эволюции напряженно-деформированного состояния Евразийской плиты, как результата взаимодействия с обрам-

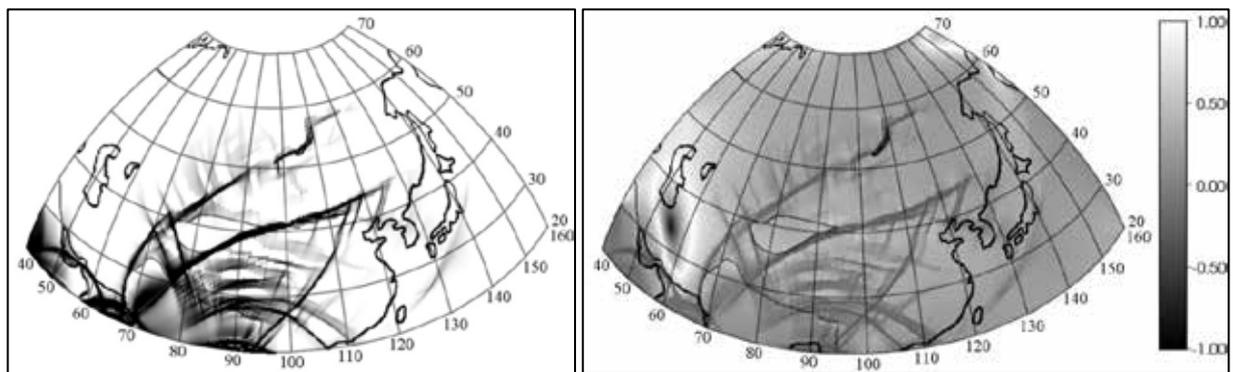
ляющими плитами в коллизионных поясах, современных тектонических течений, а также сейсмического процесса во внутриконтинентальной Алтае-Саянской складчатой области.

В рамках эволюционной концепции изучаемый участок геологической среды рассматривается как нелинейная динамическая система, эволюционирующая в поле приложенных сил по законам нелинейной динамики. Т.е. система обладает рядом свойств, присущих нелинейным динамическим системам. Прежде всего, это свойство самоорганизованной критичности, выражающееся в стремлении системы к некоторому квазиравновесному метастабильному состоянию, в том числе через катастрофические землетрясения, а также степенному характеру распределений параметров системы (например, закон Гуттенберга-Рихтера) и наличие двух стадий эволюционного процесса – сравнительно медленной квазистационарной фазы (подготовки катастрофы) и режима с обострением, собственно, самой катастрофы.

Целью настоящего раздела является моделирование тектонических течений и сопровождающего его сейсмического процесса.

За основу структурной модели принята карта-схема зонно-блоковой делимости литосферы Центральной Азии по данным работы [47], представленная на рисунке 44а. В работе развита идея Садовского об иерархическом строении литосферы [2]. Выявлена иерархия зонно-блоковой делимости состоящая из 11 уровней, в соответствии с которой литосфера представлена разно-ранговыми подвижными (мобильными) зонами. Границы мобильных зон определялись по «высокой плотности разломов, а также по количеству землетрясений и других проявлений деструкции литосферы» в каждой конкретной зоне. Аналогичная работа по выявлению иерархического строения литосферы в Алтае-Саянской складчатой области проведено Дядьковым П.Г. с коллегами в рамках интеграционного проекта СО РАН №114 [35]. Как уже отмечалось выше, в первом приближении структура литосферы в регионе может быть представлена в виде 2 типов неотектонических единиц: жестких доменов и подвижных зон, обрамляющих домены. По параметру кумулятивной плотности сейсмогенных разрывов, а также сейсмическому режиму удастся выявить относительную мобильность зон и доменов коры – а именно, более поврежденные зоны, где параметр плотности имеет повышенные значения и велико количество землетрясений являются наиболее поврежденными и податливыми. Деформациями этих зон (скольжение по разломам мобильных зон) обеспечиваются наблюдаемые тектонические течения. В расчетах для учета различной степени мобильности зон и блоков проводилось варьирование жесткости (упругих) и прочностных характеристик. В результате проведенного анализа литературных данных, а также численного эксперимента (2D моделирование) [16-21] (список работ, опубликованных по теме диссертации) была создана уточненная структурная модель, в которой имеется три пояса блоков и зон, различающихся по упругим и прочностным характеристикам, представленная на рисунке 44б.

Далее в сферической системе координат в расчетах моделировалось воздействие жесткого штампа Индийской плиты, а также поворота Северо-Американской плиты относительно Евразийской, в соответствующих областях задавались кинематические граничные условия в виде скорости смещений узлов расчетной сетки. Учет Тихоокеанской зоны субдукции на востоке, а также влияния участка литосферы не введенного явно в расчетную модель проведен посредством упругих демпферов. Варьирование жесткости демпферов позволило моделировать необходимую степень стеснения, чтобы рассчитанные тектонические течения, а также НДС внутри Евразийской плиты соответствовали наблюдаемым. На рисунке 46 представлены результаты моделирования – распределение неупругих деформаций (а) и вид напряженного состояния по параметру Лоде-Надаи (б).



а

б

Рисунок 46 – Распределение неупругих деформаций (а) и вид напряженного состояния по параметру Лоде-Надаи (б).

Распределение параметра Лоде-Надаи (рисунок 46б) свидетельствует о том, что пликативные деформации (рисунок 46а), вызванные квазипластическим течением горных масс вдоль мобильных зон с пониженными упругими и прочностными параметрами, в основном соответствуют сдвиговому и взбросовому характеру деформирования, т.е. $\mu_\sigma \approx +0$, что коррелирует с данными о механизмах очагов землетрясений, происходящих на активных разломах Памира, Гиндукуша и Тянь-Шаня по данным из работ [139], а также о характере напряженного состояния в регионе по данным [141]. В то же время, слабо-затронутые неупругой деформацией асейсмичные жесткие блоки – Таримский, Джунгарский становятся концентраторами сжимающих напряжений. По границам жестких доменов, ориентированных ортогонально оси сжатия, параметр Лоде-Надаи $\mu_\sigma \approx 0,5$, что соответствует сжатию со сдвигами, наиболее вероятными механизмами землетрясений в этих областях являются взбросы и взбросо-сдвиги. Мобильная зона Большого Алтая и Западного Саяна практически полностью охвачены неупругой деформацией, а котловина Больших озер слабо охвачена неупругой деформацией, что коррелирует с данными,

приведенными П.Г. Дядьковым о сейсмическом процессе и разломной сети в Алтае-Саянской складчатой области [35].

На рисунке 47а представлены результаты моделирования тектонического течения в Центральной и Восточной Азии. Сравнение рассчитанного поля смещений блоков Земной коры с данными GPS из работы [140] свидетельствуют о хорошем согласии результатов моделирования с наблюдаемыми смещениями (рисунок 47б).

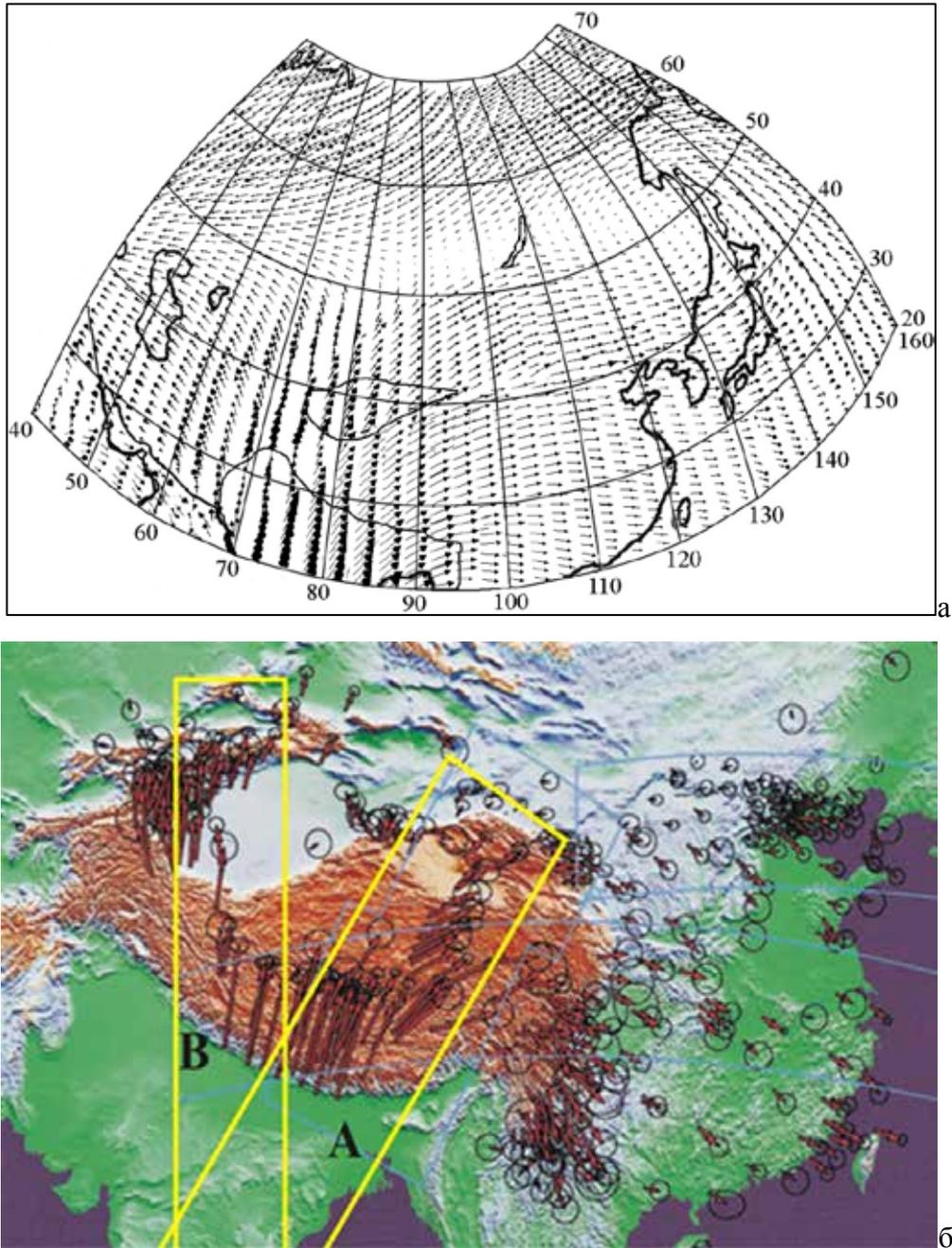


Рисунок 47 – Рассчитанное тектоническое течение в Центральной и Восточной Азии (а), данные GPS-измерений кинематики перемещений элементов Земной коры в Центральной Азии (б).

Сильным деформациям от Индо-Евразийской коллизии оказалась подвержена Байкальская рифтовая зона. По распределению параметра Лоде-Надаи $-0,3 < \mu_{\sigma} < 0$, а также рассчитанному тектоническому течению, построенному относительно центра озера Байкал (рисунок 47), характер деформаций на современном этапе в БРЗ соответствует сдвигу с растяжением, что отвечает состоянию раскрытия рифтовой зоны. Эволюция полей смещений, а также распределения параметра Лоде-Надаи во времени свидетельствуют об инверсии геодинамического режима в Байкальской рифтовой зоне, на начальных этапах формирования рифтовой зоны характер деформирования соответствовал сдвигам со сжатием. Затем в результате изменения степени стеснения за счет дилатансионных эффектов ослабло сцепление по бортам разломной зоны, произошла смена сценария эволюции. Характер деформации сменился на «рифтовый». По данным работы [142] механизмы очагов землетрясений в основном демонстрируют сбросовый и сбросо-сдвиговый характер деформаций до 1990 года, затем как отмечается в работе [143] количество землетрясений с взбросовым и сдвиговым характером деформаций увеличивается на Юго-Западном фланге БРЗ. Данные работы [38] подтверждают, что в Байкальской рифтовой зоне происходила инверсия геодинамического режима в 1992-1996 годах, за счет деформаций на активных окраинах Евразийской плиты, связанные с сейсмическим циклом, затем механизмы очагов землетрясений вновь приобрели «рифтовый» характер.

В области сегмента Черского, где Евразийская плита взаимодействует с Северо-Американской, неупругая деформация слабо выражена и локализована в узкой области вдоль границы сопряжения, что, по-видимому, объясняется значительной жесткостью системы блоков на прилегающих территориях (Сибирский кратон) и мощной стесненностью деформаций, что привело к изолированности очага разрушения геосреды в данной области [15] (список работ, опубликованных по теме диссертации).

Результаты моделирования, приведенные в данном параграфе, получены совместно с А.Ю. Перышкиным и необходимы для установления геодинамического режима в Алтае-Саянской складчатой области. Полученные результаты моделирования используются в дальнейшем для моделирования региональной сейсмичности в Чуйско-Курайской зоне.

4.2 Латеральное воздействие Индо-Австралийской плиты как источник субмеридионального сжатия в Чуйско-Курайской зоне

Ряд исследований посвящен сейсмическому процессу в Алтае-Саянской складчатой области, как области, обладающей значительным сейсмическим потенциалом. А также на сопредельных территориях Северного Тибета, Тянь-Шаня, Джунгарии и Байкальской рифтовой зоны, как областей, связанных между собой общим региональным полем напряжений Центральной Азии.

Анализ крупных сейсмических активизаций в Алтае-Саянской складчатой области при крупных землетрясениях – Урэг-Нурском, Зайсанском и Чуйском, показал, что очаговые зоны этих землетрясений находятся в изолированном состоянии, так как отсутствует реакция сейсмического режима на внешние возмущения в отличие от Северного Тибета, Тянь-Шаня. Это свидетельствует о жесткости блоков, окружающих зону подготовки очагов этих землетрясений. В первом приближении область подготовки Чуйского землетрясения может рассматриваться как область мягкого включения в жестком включении [51].

Чуйско-Курайская зона расположена в центральной части Большого Алтая, мобильной зоны с развитой разломной сетью и сейсмичностью. Особый интерес к ней вызван Чуйским землетрясением, 27.09.2003, достаточно мощным для территории Русского Алтая, который хорошо изучен в ряде работ [45,53,54,57].

За основу структурной модели зоны принята уточненная карта из работы [57] о зонно-блоковом строении литосферы в Чуйско-Курайской зоне и данным о разломах, обновленных в неоген-четвертичное время по работе [59]. На рисунке 48 представлены уточненная карта-схема зонно-блоковой делимости литосферы Чуйско-Курайской зоны (а) и карта-схема расположения разломов (б).

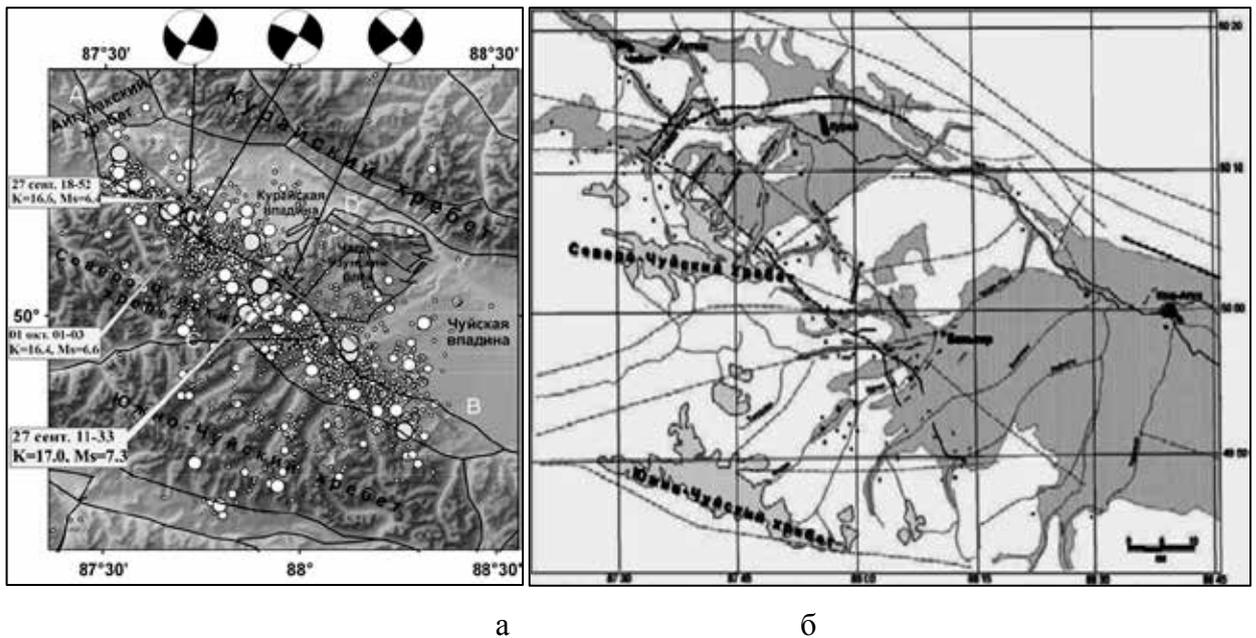


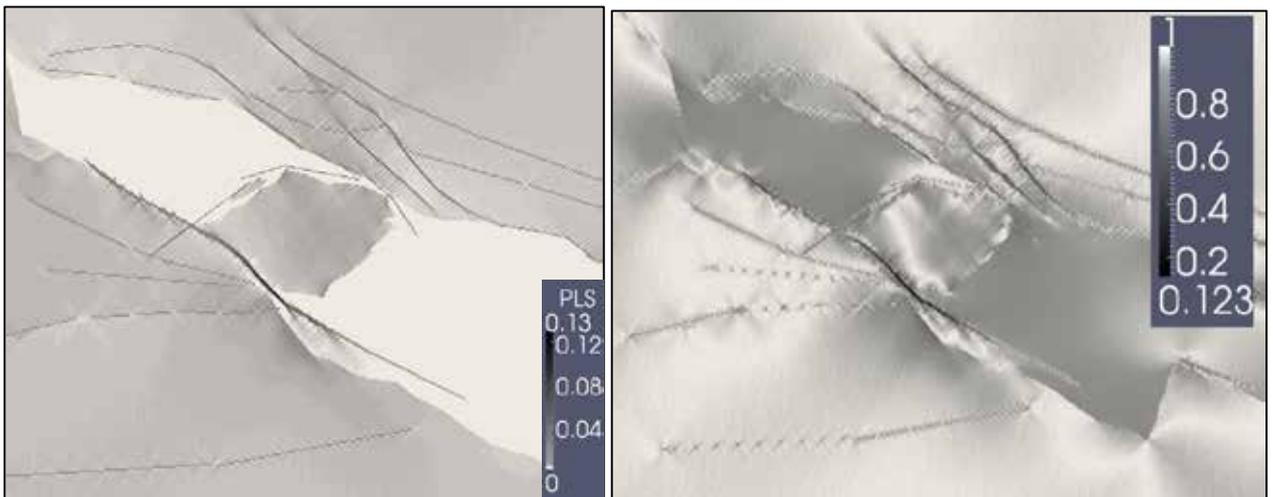
Рисунок 48 – Уточненная карта-схема зонно-блоковой делимости литосферы (а) и карта-схема расположения обновленных разломов (б).

В качестве граничных условий по направлению субмеридионального сжатия коры, вызванного Индо-Евразийской коллизией, прикладывались кинематические граничные условия в виде скорости смещений узлов расчетной сетки. Наличие участков геологической среды не введенных явно в расчетную модель учитывалось посредством упругих демпферов, определяющих степень стесненности деформаций. Прочностные характеристики блоков и зон литосферы определялись в соответствии с данными о распределении параметра кумулятивной плотности сейсмогенных разрывов по данным работы [52]. Одно сейсмическое событие моделировалось, как стадия сверхбыстрого смещения в режиме с обострением, когда сдвиговая прочность (сцепление) деградировало практически до нуля в результате накопления повреждений на конкретном участке геосреды. Фактически это означает, что плотность сейсмогенных разрывов постепенно растет и консолидированная среда становится разрыхленной, что приводит к автокаталитическому процессу уменьшения сцепления по берегам разломной зоны и крупномасштабному смещению, сопровождающемуся эмиссией сейсмических волн. Энергия одного расчетного сейсмического события подсчитывалась как работа, совершенная упругими напряжениями на соответствующих деформациях на закритической стадии эволюции геосреды. На рисунке 49 представлены результаты моделирования – распределение интенсивности неупругой деформации (а), вид напряженно-деформированного состояния по параметру Лоде-Надаи (б), а также эволюция поврежденности среды на нескольких участках геосреды (в).

Как показывают расчеты, пространственная ориентация разлома Кускуннур, по которому произошла катастрофическая подвижка в 2003 году, при данных параметрах структурной моде-

ли, а также соответствующих физико-механических характеристиках блоков и зон, наиболее соответствует ориентации максимальных касательных напряжений от субмеридионального сжатия. Распределение неупругой деформации показывает, что вблизи Чаган-Узунского блока произошло наибольшее смещение по берегам разлома Кускуннур. Кроме активизации разлома Кускуннур, происходит активизация остальных разломов структурной модели Чуйско-Курайской зоны.

Сравнение распределения параметра Лоде-Надаи (рисунок 49б) с данными о реконструкции вида НДС по методу катакластического анализа, выполненного в работе [56], свидетельствует о хорошем согласии результатов моделирования с наблюдаемым полем природных напряжений. Разломы, ориентированные по направлению максимальных касательных напряжений, подвержены сдвигу со сжатием ($\mu_\sigma \approx 0,12$), в остальной области блоки литосферы находятся в сжатом состоянии ($\mu_\sigma > 0,5$). По данным той же работы, механизмы очагов землетрясений афтершоковой последовательности Чуйского землетрясения в подавляющем большинстве случаев отвечают взбросам и сдвигам, что соответствует ситуации общего регионального сжатия. Лишь небольшое число афтершоков имело сбросовый механизм очагов.



а

б

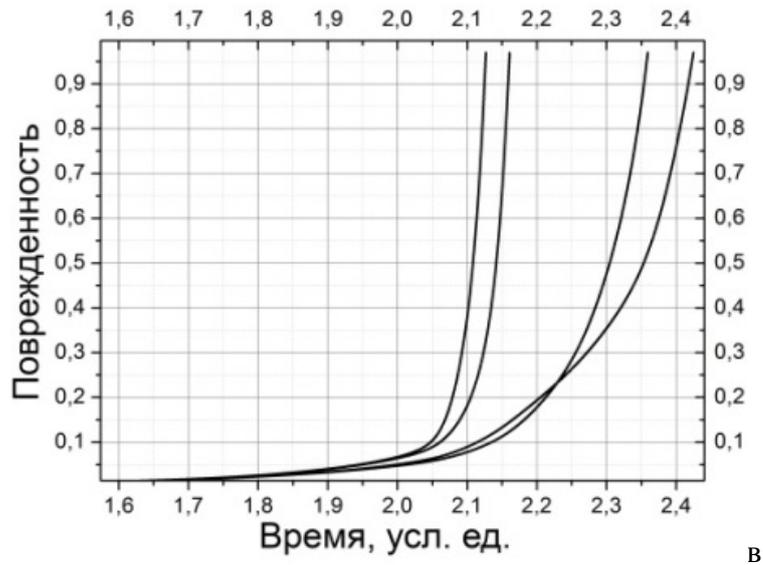


Рисунок 49 – Распределение интенсивности неупругой деформации (а), вид напряженно-деформированного состояния по параметру Лоде-Надаи (б), эволюция поврежденности среды на нескольких участках (в).

Мониторинг поврежденности среды на нескольких участках (рисунок 49в) указывает, что процесс является самоускоряющимся (автокаталитическим) и на заключительной стадии поврежденность растет в режиме с обострением, что приводит к катастрофе на данном участке [15] (список работ, опубликованных по теме диссертации).

4.3 Моделирование сейсмического процесса в Чуйско-Курайской зоне

Особый интерес представляет изучение пространственно-временной структуры сейсмического процесса в Чуйско-Курайской зоне. Наиболее полно структура и фазы афтершокового процесса Чуйского землетрясения изучены в [54]. По данным этой работы, Чуйское землетрясение имело 2 крупных афтершока в течение нескольких дней после самого события. Пространственно-временная структура сейсмического процесса указывает на миграцию 2 сильнейших афтершоков из очаговой зоны главного толчка к Северо-Западу, которые произошли на границе Курайской впадины и Северо-Чуйского хребта. После второго афтершока все облако афтершокового процесса вытянулось вдоль магистрального сместителя (около 90 км вдоль линии активизации и около 40 км поперек) (рисунок 48а). Физико-механические свойства блоков коры

(таблица 4) и граничные условия, использованные при численном моделировании, приведены в приложении.

На рисунке 50 представлено пространственное распределение всех расчетных сейсмических событий, наложенное на структурную модель Чуйско-Курайской зоны (а), а также график повторяемости для этих событий (б).

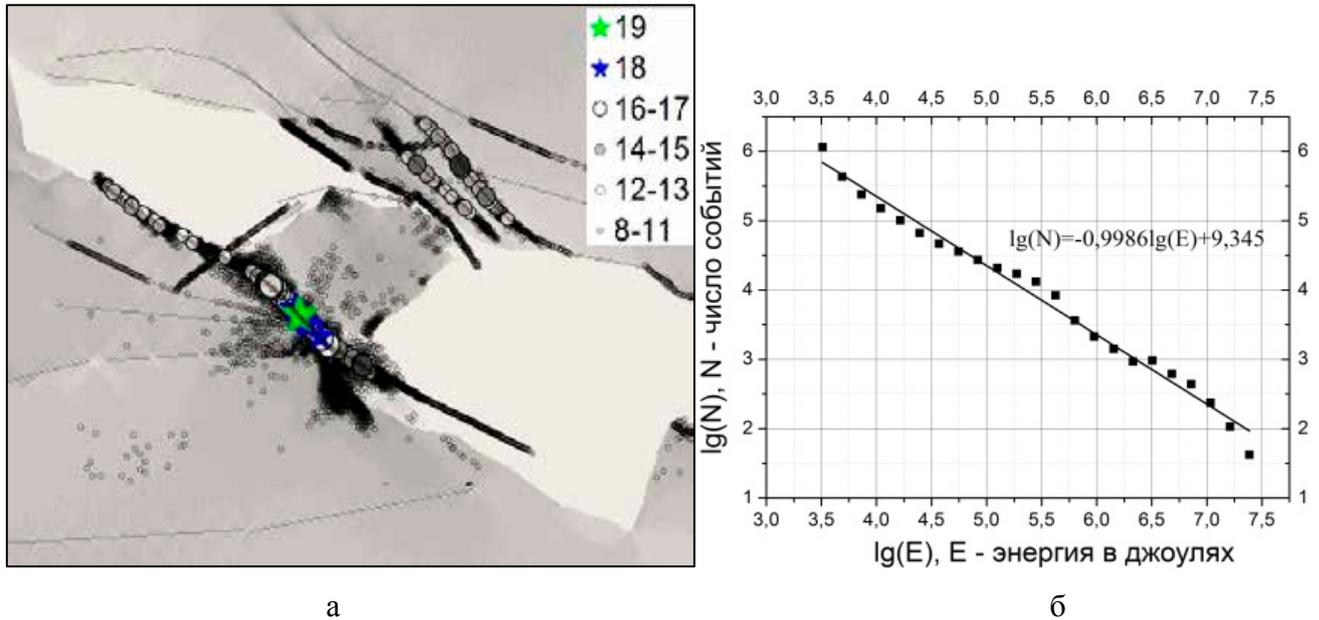


Рисунок 50 – Пространственное распределение расчетных сейсмических событий в Чуйско-Курайской зоне (а), график повторяемости для этих событий (б).

Распределение очагов расчетных землетрясений свидетельствует об активизации большинства разломов, в том числе и разлома Кускуннур, где наблюдаются сильнейшие события, что коррелирует с данными приведенными в работе [59] об активизации разломов ближней зоны подготовки Чуйского землетрясения в неоген-четвертичное время. Весь спектр событий был разбит на 19 условных классов, в соответствии с известной формулой сейсмологов $K = \log_n dE$, $dE = 3G(d\varepsilon_i)^2$, где E – сейсмическая энергия, выделившаяся при одном событии, которая оценивалась как работа напряжений на соответствующих неупругих деформациях, G – модуль сдвига, $d\varepsilon_i$ – приращение интенсивности полной деформации, K – класс событий. Статистическая обработка всего спектра расчетных землетрясений дает степенное распределение числа событий от энергии, что в двойных логарифмических координатах приводит к прямой линии с показателем наклона $\beta \approx 1$. На рисунке 50а нанесены все расчетные сейсмические события старше 8 класса, в связи с чем, достаточно сложно проследить эволюцию сейсмического режима во времени. На рисунке 51 представлена пространственно-временная структура расчетного сейсмического процесса (в проекции на ось Ox) (а) и закон Омори для афтершокового процесса на разломе Кускуннур (б). Пространственно-временная структура, а также расчетный

закон Омори показывают, что наблюдается короткая форшоковая последовательность, затем происходит главное событие, в афтершоковой последовательности происходит миграция расчетных землетрясений вдоль разлома Кускуннур вначале к Юго-Западному окончанию Северо-Чуйского хребта, а затем к Южно-Чуйскому хребту. По пространственно-временной структуре расчетной сейсмологии миграция происходит со скоростью порядка $v_m \approx 10$ м/с, что на 2 порядка меньше скорости звука.

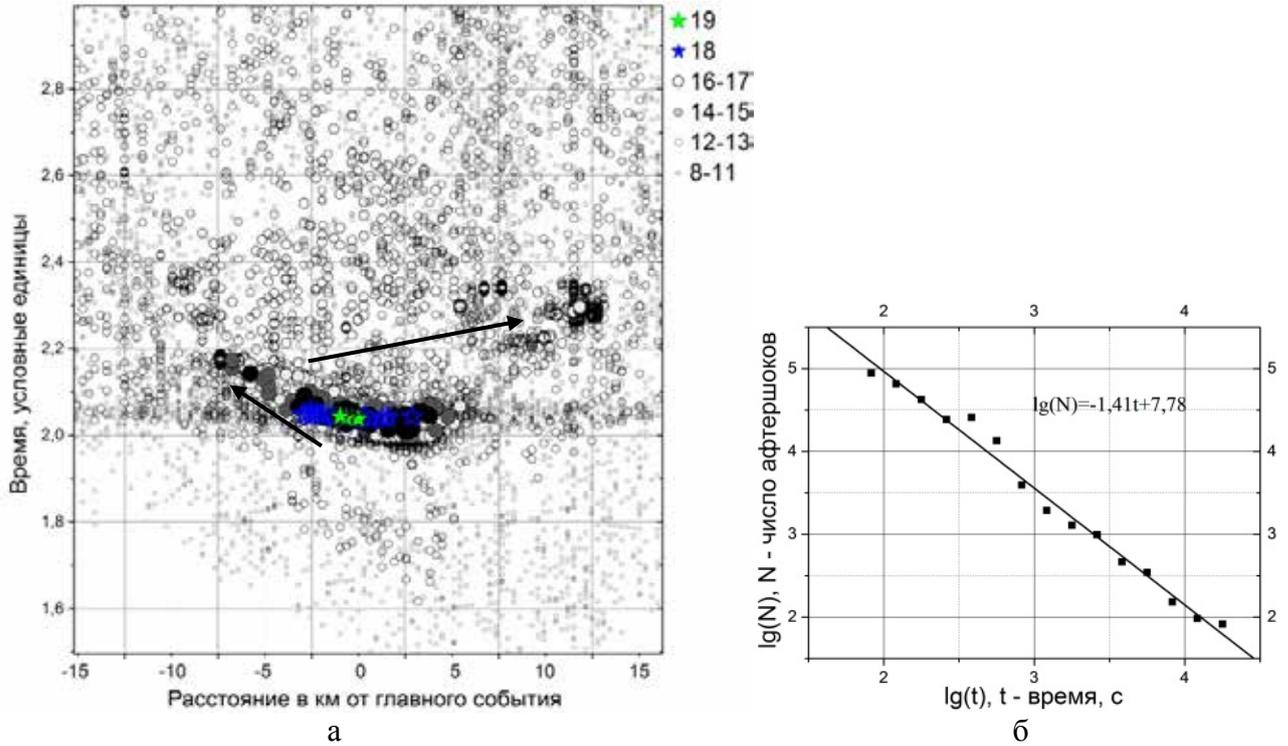


Рисунок 51 – Пространственно-временная структура расчетного сейсмического процесса (в проекции на ось Ox) (а) и закон Омори для афтершокового процесса на разломе Кускуннур (б).

Далее афтершоковый процесс, в соответствии с законом Омори, постепенно затухает, переходя к фоновой сейсмичности, хотя на разломе Кускуннур наблюдается достаточно плотный рой расчетных землетрясений. Сравнение расчетного сейсмического режима с данными инструментальных наблюдений, приведенных в ряде работ [53,55], свидетельствует о хорошем согласии результатов моделирования с наблюдаемым современным сейсмическим процессом в Чуйско-Курайской зоне [54].

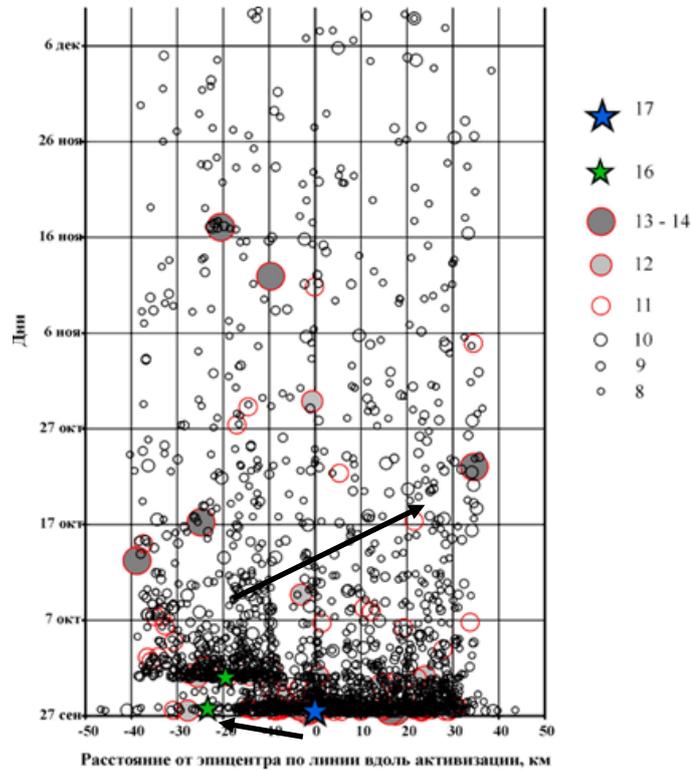
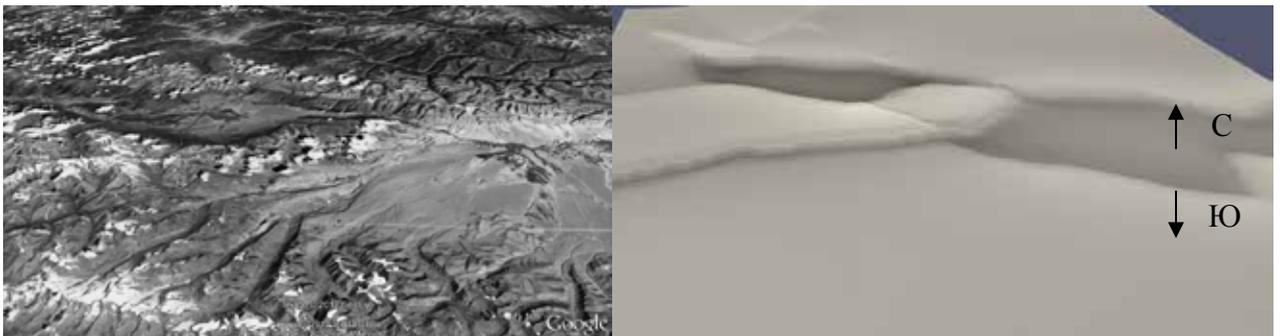


Рисунок 52 – Пространственно-временная структура афтершокового процесса Чуйского землетрясения по данным инструментальных наблюдений из работы [54].

Обобщив структурную модель Чуйско-Курайской зоны на случай 3 пространственных координат, было проведено моделирование современного тектонического рельефа при субмеридиональном сжатии, в качестве начального напряженного состояния задавалось гравитационное напряженное состояние. На рисунке 53 представлен рассчитанный тектонический рельеф (2 проекции) в сравнении с наблюдаемым тектоническим рельефом из программы GoogleEarth.



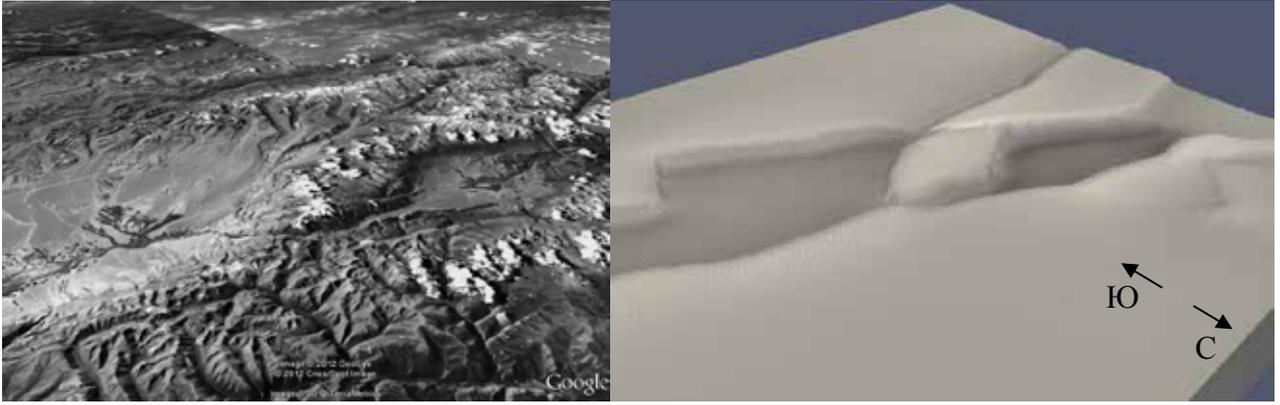


Рисунок 53 – Расчетный тектонический рельеф (справа) в сравнении с наблюдаемым тектоническим рельефом (слева) из программы GoogleEarth.

Как видно из рисунка 53 расчетный тектонический рельеф Чуйско-Курайской зоны очень хорошо соответствует современному наблюдаемому тектоническому рельефу без учета процессов эрозии и денудации верхней коры. Отчетливо видно формирование Чуйского, Айгулакского и Курайского хребтов, а также Курайской и Чуйской впадин, также произошло поднятие Чаган-Узунского блока [15] (список работ, опубликованных по теме диссертации).

Заключение к разделу 4

Для настоящего раздела важным является то, что результаты моделирования качественно коррелируют с инструментальными наблюдениями. Важным также является то, что следуя развиваемой эволюционной концепции землетрясений [19], в расчетах удастся воспроизвести фундаментальные свойства нелинейных динамических систем, каковыми являются все нагружаемые твердые тела и среды, в том числе и геосреды. К таким базовым свойствам относятся самоорганизованная критичность – выражающаяся в степенной статистике системных параметров – закон повторяемости сейсмических событий Гуттенберга – Рихтера и закон Омори для временной последовательности афтершоков. Наличие свойства самоорганизованной критичности означает стремление системы к некому метастабильному квазиравновесному состоянию, не исключая переход к такому состоянию через катастрофы различных масштабов, что и приводит к степенной статистике. За счет существенной нелинейности процесса разрушения во времени разрушение развивается в режиме с обострением на закритической стадии эволюции, в соответ-

ствии с терминологией [22] и это еще одно фундаментальное свойство процесса эволюции нелинейных динамических систем. Подобный эволюционный подход позволил также провести моделирование медленной динамики, выражающейся в миграции расчетных землетрясений.

В результате проведенного моделирования удалось численно воспроизвести эволюцию тектонических течений, напряженно-деформированного состояния складчатых областей Центральной Азии, как результата взаимодействия Евразийской плиты в сейсмоактивных обрамляющих поясах. А также впервые численно воспроизвести сейсмический процесс в Чуйско-Курайской зоне, как результата субмеридионального сжатия, вызванного Индо-Евразийской коллизией. Результаты численного моделирования находятся в хорошем согласии с инструментальными наблюдениями.

Все полученные результаты убедительно подтверждают, что численные решения системы уравнений в частных производных механики деформируемого твердого тела воспроизводят эволюцию напряженно-деформированного состояния элементов Земной коры в полном соответствии с фундаментальными законами эволюции нелинейных динамических систем и являются важным инструментом анализа сейсмического и тектонического режимов [15] (список работ, опубликованных по теме диссертации).

Заключение

В рамках эволюционного подхода в работе выполнено численное изучение процессов деформации и разрушения геологических сред, геоматериалов и ряда конструкционных материалов, как нелинейных динамических систем. По совокупности выполненных работ получены следующие основные результаты и выводы:

1. Разработана модель квазихрупкой среды, в которой предельное напряженное состояние не задается изначально, а формируется в материале в ходе нагружения; прочность материала деградирует с учетом существенно различного отклика квазихрупких материалов на растягивающие и сжимающие напряжения.
2. Модель квазихрупкой среды, верифицированная по экспериментальным данным о характерных временах предразрушения балок из габбро при их трехточечном изгибе, которая количественно и качественно позволяет численно описать переход процесса разрушения в режим с обострением.
3. В результате численного моделирования стадии предразрушения в пористых керамиках из диоксида циркония с различным содержанием и морфологией пор на основе разработанной модели получены упругие и прочностные параметры керамик хорошо согласующиеся с экспериментальными данными. Показано, что на заключительных стадиях деформирования процесс разрушения развивается в режиме с обострением.
4. Численно исследовано неустойчивое развитие деформационных процессов на примере моделирования явления прерывистой текучести в сплавах на основе Al. В результате получен типичный эволюционный сценарий динамических систем: переход из состояния динамического хаоса к состоянию самоорганизованной критичности и затем к глобальной потере устойчивости.
5. Выполненный в численном эксперименте фурье-анализ частотных спектров полученных кривых прерывистого течения показывает, что флуктуации макронапряжений, как и в натуральных экспериментах, отвечают фликкер-шуму. Это свидетельствует о состоянии самоорганизованной критичности нагружаемой среды как динамической системы и эволюции всей системы к стадии глобальной потери устойчивости.
6. В расчетах установлено, что наиболее информативным предвестником перехода системы к стадии глобальной потери устойчивости является показатель наклона АЧХ частотного спектра кривой прерывистого течения, который резко падает при приближении системы к стадии глобальной потери устойчивости.

7. Выполненное численное моделирование современных тектонических течений в складчатых областях Центральной Азии хорошо соответствуют GPS – наблюдениям за горизонтальными смещениями элементов Земной коры.
8. Впервые численно воспроизведен сейсмический процесс в Чуйско-Курайской зоне. Показано, что воспроизводимый в расчетах сейсмический процесс находится в хорошем согласии с наблюдаемой сейсмичностью в Чуйско-Курайской зоне, а также соответствует законам Гуттенберга-Рихтера и Омори. Впервые численно воспроизведена миграция деформационной (сейсмической) активности.
9. На основе проведенного статистического анализа результатов численного моделирования деформационных процессов установлено, что в нагружаемых геосредах и твердых телах с различными физическими механизмами пластичности обнаруживаются общие черты сценариев эволюции НДС, что наблюдается также и в экспериментах.
10. Все полученные результаты убедительно подтверждают, что численные решения системы уравнений МДТТ воспроизводят эволюцию НДС элементов Земной коры, а также нагружаемых твердых тел, в соответствии с законами нелинейной динамики. Численные решения эволюции НДС нагружаемой геосреды являются важным инструментом анализа сейсмического и тектонического режимов.

На основе полученных основных результатов и выводов, можно утверждать, что задачи, поставленные в работе, решены и цель достигнута.

В качестве дальнейших работ необходимо уточнение параметров структурных моделей складчатых областей Центральной Азии (уточнение блокового строения, а также степени мобильности и раздробленности), изучение глубинного строения верхней коры для 3D моделирования деформационных процессов в геосреде. Численное изучение тектонических течений, а также сейсмического процесса в Байкальской рифтовой зоне, которая является регионом с повышенной сейсмичностью, аналогично Алтае-Саянской складчатой области.

Анализ численных решений уравнений механики деформируемого твердого тела с позиций нелинейной динамики, на наш взгляд, позволит разработать методы и подходы к решению проблемы прогноза катастрофических землетрясений в геологических средах. Для этого необходим непрерывный анализ статистических рядов локальных флуктуаций напряжений на конкретных участках геологических сред. Это позволит выявлять важнейшие характеристики деформационных процессов в геосредах, а также отыскивать предвестники их перехода к критическим состояниям.

Сказанное выше подтверждает необходимость численного изучения сценариев эволюции НДС в геосредах с целью выявления предвестников перехода моделируемого деформационного

процесса к закритическим стадиям, когда они развиваются в автокаталитических сверхбыстрых режимах с обострением.

Список опубликованных работ по теме диссертации в журналах, рекомендованных ВАК:

1. Макаров П.В. Определение времени предразрушения образцов из габбро в модели накопления повреждений / П.В. Макаров, М.О. Еремин, Ю.А. Костандов // Физическая мезомеханика. – 2013. – № 5. – С. 35-40.
2. Макаров П.В. Модель разрушения хрупких и квазихрупких материалов и геосред / П.В. Макаров, М.О. Еремин // Физическая мезомеханика. – 2013. – № 1. – С. 5-26.
3. Численное моделирование механического поведения модельных хрупких пористых материалов на мезоуровне / И.Ю. Смолин [и др.] // Вестник ТГУ. Математика и механика. – 2013. – № 5. – С. 78-90.
4. Макаров П.В. Моделирование разрушения керамических композиционных материалов при одноосном сжатии / П.В. Макаров, М.О. Еремин // Вестник ТГУ. Математика и механика. – 2013. – № 1. – С. 61-74.
5. Моделирование разрушения хрупких и квазихрупких тел и геосред / Е.П. Евтушенко [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2012. – № 3. – С. 35-44.
6. Макаров П.В. Явление прерывистой текучести как базовая модель исследования неустойчивостей деформационных процессов / П.В. Макаров, М.О. Еремин // Физическая мезомеханика. – 2013. – № 4. – С. 109-128.

Список работ, опубликованных по теме диссертации в других научных изданиях:

7. О разрушении хрупких тел с трещиной при сжатии / Ю.А. Костандов [и др.] // Прикладная механика. – 2013. – № 1. – С. 124-132.
8. Makarov P.V. The numerical simulation of ceramic composites failure at axial compression / P.V. Makarov, M.O. Eremin // *Frattura ed Integrita Strutturale*. – 2013. – Vol. 24. Special issue: Russian Fracture Mechanics School. – P. 127-137.
9. Fracture of compressed brittle bodies with a crack / Kostandov Yu.A. [and others] // *International applied mechanics*. – 2013. – No. 1. – P. 95-101.
10. Еремин М.О. Разрушение керамических композитов при одноосном сжатии // СПММ: Матлы III Всероссийской молодежной научной конференции. – Томск, 2012. – С. 105-109.
11. Еремин М.О. Моделирование разрушения хрупких образцов с начальной трещиной при одноосном сжатии // Современные проблемы математики и механики: Материалы II Всероссийской молодежной научной конференции. Под ред. А.И. Филькова. – Томск, 2011. – С. 100-103.

12. Макаров П.В. Моделирование разрушения квазихрупкой среды с начальной трещиной / П.В. Макаров, М.О. Еремин, Ю.А. Костандов // Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Материалы XXII Международной научной школы. – Симферополь, 2012. – С. 223-230.
13. Изучение влияния ориентации трещины на разрушение хрупких образцов при сжатии / П.В. Макаров [и др.] // Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Материалы XXI Международной научной школы. – Симферополь, 2011. – С. 122-126.
14. Экспериментальное определение характерных времен накопления повреждений в образцах из горных пород для модели квазихрупкой среды / Ю.А. Костандов [и др.] // Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Материалы XXIII Международной научной школы. – Симферополь, 2012. – С. 158-165.
15. Еремин М.О. Численное моделирование тектонических течений и сейсмического процесса в Центральной Азии / М.О. Еремин, А.Ю. Перышкин, П.В. Макаров // Материалы третьей молодёжной школы семинара «Современная тектонофизика. Методы и результаты», т. 1. – М., 2013. – С. 94-104.
16. Макаров П.В. Моделирование современной эволюции складчатых областей Центральной Азии и геодинамической обстановки в Байкальской рифтовой зоне и в Алтае-Саянской складчатой области / П.В. Макаров, М.О. Еремин, А.Ю. Перышкин // Третья тектонофизическая конференция в ИФЗ РАН. Тектонофизика и актуальные вопросы наук о Земле: Тезисы докладов Всероссийской конференции - в 2-х томах, т. 1. – М., 2012. – С. 277 – 281.
17. Макаров П.В. Моделирование тектонических течений и сейсмического процесса в Центральной Азии / П.В. Макаров, М.О. Еремин, А.Ю. Перышкин // Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Материалы XXII Международной научной школы. – Симферополь, 2012. – С. 231-240.
18. Еремин М.О. Численное моделирование коллизионного взаимодействия тектонических плит. Влияние массовой силы на процессы орогенеза // НАУКА. ТЕХНОЛОГИИ. ИННОВАЦИИ. Материалы всероссийской научной конференции молодых ученых в 6 частях, часть 1. – Новосибирск, 2011. – С. 173-176.
19. Моделирование современной эволюции внутриконтинентальной складчатой области Центральной Азии / П.В. Макаров [и др.] // Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Материалы XXI Международной научной школы. – Симферополь, 2011. – С. 230-235.

20. Perishkin A.Yu. Modelling of modern evolution of midland crumpled areas of the central Asia. Geodynamic situation in Baikal rift zone / A.Yu. Perishkin, M.O. Eremin, P.V. Makarov // Advanced problems of mechanics and physics of mesoscopic systems: book of abstracts. – Perm, 2011. – p. 37.
21. Eremin M.O. Modelling of modern evolution of midland crumpled areas of the central Asia. Geodynamic situation near Chagan-Uzun block / M.O. Eremin, A.Yu. Perishkin, P.V. Makarov / Advanced problems of mechanics and physics of mesoscopic systems: book of abstracts. – Perm, 2011. – p. 17.

Список литературы

1. Макаров П.В. Математическая теория эволюции нагружаемых твердых тел и сред // Физическая мезомеханика. – 2008. – № 3. – С. 19-35.
2. Садовский М.А. Естественная кусковатость горной породы // Докл. АН СССР. – 1979. – Т. 247. – № 4. – С. 823-831.
3. Николаевский В.Н. Собрание трудов. Геомеханика. Том 1. Разрушение и дилатансия. Нефть и газ / В.Н. Николаевский. – М. - Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", Институт компьютерных исследований, 2010. – 640 с.
4. Ребецкий Ю.Л. Тектонические напряжения и прочность природных горных массивов. Научное издание / Ю.Л. Ребецкий. – М.: ИКЦ "Академкнига", 2007. – 406 с.
5. Стефанов Ю.П. Некоторые особенности численного моделирования поведения упругохрупкопластичных материалов // Физическая мезомеханика. – 2005. – № 3. – С. 129-142.
6. Стефанов Ю.П. Режимы дилатансии и уплотнения развития деформации в зонах локализованного сдвига // Физическая мезомеханика. – 2010. – спец. выпуск. – С. 44-52.
7. Stefanov Y.P. Numerical modelling of deformation and fracture in geomaterials / Y.P. Stefanov, V.D. Evseev, R.A. Vakeev // Физическая мезомеханика. – 2004. – спец. выпуск Ч. 2. – С. 265-268.
8. Сибиряков Б.П. Природа неустойчивости блочных сред и распределения неустойчивых состояний / Б.П. Сибиряков, Б.И. Прилоус, А.В. Копейкин // Физическая мезомеханика. – 2012. – № 3. – С. 11-21.
9. Псахье, С Г; Ружич, В В; Смекалкин, О П; Шилько, Е В // Физическая мезомеханика. 2001. Т. 4. № 1. С. 67-71.
10. Изучение влияния водонасыщения и вибраций на режим смещений в зонах разломов/ Псахье С.Г. [и др.]. // Физическая мезомеханика. – 2004. – № 1. – С. 23-30.
11. Наймарк О.Б. Структурно-скейлинговые переходы и автомодельные закономерности развития землетрясений // Физическая мезомеханика. – 2008. – № 2. – С. 89-106.
12. Пантелеев И.А. Нелинейная динамика структур обострения в ансамблях дефектов как механизм формирования очагов разрушения / И.А. Пантелеев, О.А. Плехов, О.Б. Наймарк // Физика Земли. – 2012. – № 6. – С. 43-54.
13. Макаров П.В. Нагружаемый материал как нелинейная динамическая система. Проблемы моделирования // Физическая мезомеханика. – 2005. – № 6. – С. 39–56.

14. Макаров П.В. Самоорганизованная критичность деформационных процессов и перспектива прогноза разрушения // Физическая мезомеханика. – 2010. – № 5. – С. 97-112.
15. Макаров П.В. Эволюционная природа блочной организации геоматериалов и геосред. Универсальный критерий фрактальной делимости // Геология и геофизика. – 2007. – № 7. – С. 724-746.
16. Макаров П.В. Модель разрушения хрупких и квазихрупких материалов и геосред / П.В. Макаров, М.О. Еремин // Физическая мезомеханика. – 2013. – № 1. – С. 5-26.
17. Макаров П.В. Моделирование поведения геосреды при ведении горных работ / П.В. Макаров, И.Ю. Смолин, Е.П. Евтушенко // Вестник Научного центра по безопасности работ в угольной промышленности. – 2008. – № 2. – С. 18-30.
18. Нелинейная механика геоматериалов и геосред. / П.В. Макаров [и др.]. – Новосибирск: Академическое издательство "Гео", 2007. – 235 с.
19. Модель землетрясения как сверхбыстрый катастрофический этап эволюции нагружаемой геосреды / П.В. Макаров [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2010. – спец. вып. – С. 29-35.
20. Николис Г. Самоорганизация в неравновесных системах / Г. Николис, И. Пригожин. – М.: Мир, 1979. – 513 с.
21. Николис Г. Познание сложного. Введение / Г. Николис, И. Пригожин. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 344 с.
22. Курдюмов С.П. Режимы с обострением. Эволюция идеи / С.П. Курдюмов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 312 с.
23. Курдюмов С.П. У истоков синергетического видения мира: режимы с обострением / С.П. Курдюмов, Е.Н. Князева // Самоорганизация и наука: опыт философского осмысления. – 1994. – С. 162-186.
24. Малинецкий Г.Г. Нелинейность в современном естествознании / Г.Г. Малинецкий. – Синергетика. От прошлого к будущему. – М.: ЛКИ, 2009. – 424 с.
25. Малинецкий Г.Г. Приложение 2. Нелинейная динамика и проблемы прогноза / Г.Г. Малинецкий, С.П. Курдюмов // В кн.: Структуры и хаос в нелинейных средах. – М.: Физматлит, 2007. – С. 425-451.
26. Малинецкий Г.Г. Современные проблемы нелинейной динамики / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – М.: УРСС, 2000. – 336 с.
27. Капица С.П. Синергетика и прогнозы будущего / С.П. Капица, С.П. Курдюмов, Г.Г.

- Малинецкий. – М. Эдиториал УРСС, 2002. – 342 с.
28. Хакен Г. Синергетика / Г. Хакен. – М.: Мир, 1980. – 405 с.
 29. Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам / Г. Хакен. – М.: Мир, 1991. – 248 с.
 30. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. – М.: Институт Компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
 31. Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы / Б. Мандельброт. – М.-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2004. – 256 с.
 32. Панин В.Е. Основы физической мезомеханики // Физическая мезомеханика. – 1998. – № 1. – С. 5-22.
 33. Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии MPI / А.С. Антонов. – М.: МГУ, 2004. – 71 с.
 34. Дуэль И.И. Судьба фантастической гипотезы / И.И. Дуэль. – М.: Знание, 1985. – 192 с.
 35. Современная эволюция складчатых областей Центральной Азии и сейсмический процесс: отчет о НИР (итоговый) / ИФПМ СО РАН; рук. П.В. Макаров. – Томск, 2011. – 69 с.
 36. Копп М.Л. Мобилистская неотектоника платформ Юго-Восточной Европы / М.Л. Копп. – М.: Наука, 2005. – 340 с.
 37. Стеблов Г.М. Кинематика движения материков Земли / Г.М. Стеблов, Д.И. Фролов, В.С. Куксенко // Физика твёрдого тела. – 2005. – № 6. – С. 1009–1014.
 38. Возможное влияние землетрясений в се-верном Тибете (2001 г.) и близ о. Хокайдо (2003 г.) на процесс подготовки Алтайского зем-летрясения 2003 года / П.Г. Дядьков [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2006. – № 1. – С. 67-72.
 39. Добрецов Н.Л. Глубинная геодинамика / Н.Л. Добрецов, А.Г. Кирдяшкин, А.А. Кирдяшкин. – Новосибирск: СО РАН, филиал "ГЕО", 2001. – 409 с.
 40. Avouac J.P. Kinematic model of active deformation in Central Asia / J.P. Avouac, P. Taponnier // Geological research letters. – 1993. – No. 10. – P. 895-898.
 41. Meso- and cenozoic tectonics of the Central Asian mountain belt: effects of lithosphere plate interaction and mantle plumes / N.L. Dobretsov [and others] // International geology review. – 1996. – Vol. 38. – P. 430-466.
 42. Taponnier P. Active faulting and cenozoic tectonics of the Tien-Shan, Mongolia and Baykal regions / P. Taponnier, P. Molnar // Journal of geophysical research. – 1979. – No. B7. – P. 3425-3459.

43. Буслов М.М. Геодинамическая природа Байкальской рифтовой зоны и ее осадочного выполнения в Мел-Кайнозойское время: эффект дальнего воздействия Монголо-Охотской и Индо-Евразийской коллизий // Геология и геофизика. – 2012. – № 9. – С. 1245-1255.
44. Саньков В.А. Напряженное состояние земной коры и геодинамика юго-западной части Байкальской рифтовой системы / В.А. Саньков, А.В. Парфеевец. – Новосибирск: Гео, 2006. – 192 с.
45. Гольдин С.В. Сейсмотектонические деформации в окрестности сильных землетрясений Алтая / С.В. Гольдин, О.А. Кучай // Физическая мезомеханика. – 2008. – № 1. – С. 5-13.
46. Пространственно временные особенности сейсмичности Алтае-Саянской складчатой зоны / А.Ф. Еманов [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2005. – № 1. – С. 49-64.
47. Семинский К.Ж. Иерархия зонно-блоковой структуры литосферы Центральной и Восточной Азии // Геология и геофизика. – 2008. – № 10. – С. 1018-1030.
48. Bak P. Self-organized criticality: An explanation of the 1/f noise / P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld // Phys.Rev. Lett. – 1987. Vol. 59. – P. 381-384.
49. Захаров В.С. Предварительный анализ самоподобия афтершоковой последовательности японского землетрясения 11 марта 2011 г. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 4. Геология. – 2012. – № 2. – С. 52-56.
50. Мухамедов В.А. Фрактальные свойства высокочастотного сейсмического шума для задач прогноза землетрясений / В.А. Мухамедов. – Ашхабад.: Туркменский гос. ун-т., 2001. – 48 с. – (Препринт)
51. Дядьков П.Г. Аномалии сейсмического режима перед сильными землетрясениями Алтая / П.Г. Дядьков, Ю.М. Кузнецова // Физическая мезомеханика. – 2008. – № 1. – С. 19-25.
52. Стадии подготовки Алтайского землетрясения (27.09.2003 Г., MW = 7.3) и связанные с ними состояния сейсмогенной среды / Дядьков П.Г. [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2010. – № S1. – С. 78-82.
53. Еманов А.А. Структурные особенности афтершокового процесса Чуйского (Горный Алтай) землетрясения / А.А. Еманов, Е.В. Лескова // Геология и геофизика. – 2005. – № 10. – С. 1065 – 1072.
54. Элементы структуры и фазы афтершокового процесса Чуйского землетрясения / А.А. Еманов [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2009. – № 1. – С. 29-36.
55. Общее и индивидуальное в развитии афтершоковых процессов крупнейших землетрясений Алтае-Саянской горной области / А.Ф. Еманов [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2006. – № 1. – С. 33-43.

56. Лескова Е.В. Напряженно-деформированное состояние Чуйско-Курайской зоны (Горный Алтай) / Е.В. Лескова, А.А. Еманов // Современная тектоника. Методы и результаты. Материалы Второй молодёжной школы-семинара, Т. 1. – М., 2011. – С. 154-160.
57. Лескова Е.В. Характер деформаций в эпицентральной зоне Чуйского землетрясения (27 сентября 2003 г., $K=17$, Горный Алтай) по данным анализа фокальных механизмов афтершоков / Е.В. Лескова, А.А. Еманов // Физическая мезомеханика. – 2006. – № 1. – С. 51-55.
58. Ребецкий Ю.Л. Напряженное состояние и деформации Земной коры Алтае-Саянской складчатой области перед Чуйским (Алтайским) землетрясением 2003 года / Ю.Л. Ребецкий, О.А. Кучай, А.В. Маринин // Проблемы тектонофизики. К 40-летию создания М.В. Гзовским лаборатории тектонофизики в ИФЗ РАН. – М., 2008. – С. 245-299.
59. Рогожин Е.А. Сильнейшие сейсмические события 2003 года // Науки о Земле. – 2004. – С. 1-14.
60. Курдюмов С.П. Синергетика – теория самоорганизации. Идеи, методы, перспективы / С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий. – М.: Знание, 1983. – 64 с.
61. Данилов Ю.А. Лекции по нелинейной динамике / Ю.А. Данилов. – М.: КомКнига, 2006. – 208 с.
62. Гленсдорф П. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций / П. Гленсдорф, И. Пригожин. – М.: Эдиториал УРСС, 2003. – 280 с.
63. Колмогоров А.Н. О сохранении условнопериодических движений при малом изменении функции Гамильтона // Докл. АН СССР. – 1954. – № 4. – С. 527-530.
64. Арнольд В.И. Малые знаменатели и проблема устойчивости движения в классической и небесной механике // Успехи математических наук. – 1963. – № 6. – С. 91-192.
65. Мозер Ю. КАМ-теория и проблемы устойчивости / Ю. Мозер. – Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001. – 437 с.
66. Лоскутов А.Ю. Введение в синергетику: Учебное руководство / А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 272 с.
67. Макаров П.В. Структура резонансов и локализация неупругих деформаций и повреждений в нагружаемых твердых телах и средах // Физическая мезомеханика. – 2011. – № 3. – С. 111-123.
68. Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов. Т. 1 / В.Е. Панин [и др.]. – Новосибирск: Наука, 1995. – 298 с.

69. Физическая мезомеханика материалов / В.Е. Панин [и др.] // Изв. вузов. Физика. – 1998. – Т. 9. – С. 8-36.
70. Панин В.Е. Структурные уровни деформации / В.Е. Панин, В.А. Лихачёв, Ю.В. Гриняев. – Новосибирск: Наука, 1985. – 229 с.
71. Панин В.Е. Структурные уровни пластической деформации и разрушения / В.Е. Панин, В.Е. Гриняев, В.И. Данилов. – Новосибирск: Наука, Сиб. от-ние, 1990. – 225 с.
72. Макаров П.В. Подход физической мезомеханики к моделированию процессов деформации и разрушения // Физическая мезомеханика. – 1998. – № 1. – С. 61-81.
73. Макаров П.В. Эволюционная природа деструкции твердых тел и сред // Физическая мезомеханика. – 2007. – № 3. – С. 23–38.
74. Панин В.Е. Синергетические принципы физической мезомеханики // Физическая мезомеханика. – 2000. – № 6. – С. 5-36.
75. Панин В.Е. Поверхностные слои нагруженных твердых тел как мезоскопический структурный уровень деформации // Физическая мезомеханика. – 2001. – № 3. – С. 5-22.
76. Эффекты локализации деформации в композитах на основе Al с включениями Al₂O₃ / Дерюгин Е.Е. [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2001. – № 3. – С. 35-47.
77. Писаренко Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. – Киев: Наукова думка, 1976. – 414 с.
78. Партон В.З. Механика упруго-пластического разрушения / В.З. Партон, Е.М. Морозов. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1974. – 416 с.
79. Баренблатт Г.И. О некоторых общих представлениях математической теории хрупкого разрушения // ПММ. – 1964. – № 4. – С. 630-643.
80. Griffith A.A. The phenomenon of rupture and flow in solids // Phil. Trans. Roy. Soc., ser. A. – 1920. – Vol. 221. – P. 163-198.
81. Irwin G.R. Analysis of stresses and strain near the end of a crack traversing a plate // J. Appl. Mech. – 1957. – No. 1. – P. 361-364.
82. Irwin G.R., "Relation of stresses near a crack to the crack extension force," *Proc. 9th Intern. Congr. Appl. Mech.*, 1957.
83. Криштал М.М. Взаимосвязь неустойчивости и неоднородности пластической деформации: Закономерности и особенности прерывистой текучести на примере Al-Mg сплавов: дис. ...доктора физ.-мат.наук / М.М. Криштал. – Тольяти, 2002. – 330 с.
84. Лебедин М.А. Самоорганизация и коллективные эффекты при неустойчивой

- пластической деформации кристаллов: дис. ...доктора физ.-мат.наук / М.А. Лебедкин. – Черноголовка, 2002. – 248 с.
85. Макаров П.В. Явление прерывистой текучести как базовая модель исследования неустойчивостей деформационных процессов / П.В. Макаров, М.О. Еремин // Физическая мезомеханика. – 2013. – № 4. – С. 109-128.
86. Астафуров С.В. Влияние параметра прочности функции отклика подвижного клеточного автомата на прочностные характеристики и особенности разрушения хрупких материалов / С.В. Астафуров, Е.В. Шилько, С.Г. Псахье // Физическая мезомеханика. – 2002. – № 4. – С. 23-27.
87. Балохонов Р.Р. Иерархическое моделирование деформации и разрушения материалов композиционной структуры: дис. ...доктора физ.-мат.наук / Р.Р. Балохонов. – Томск, 2008. – 306 с.
88. Моделирование разрушения хрупких пористых сред с различной внутренней структурой / Смолин А.Ю. [и др.] // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2006. – № 3. – С. 70-71.
89. Сценарии эволюции горного массива над выработкой / Макаров П.В. [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2009. – № 1. – С. 75-82.
90. Влияние поровой структуры хрупкой керамики на разрушение при динамическом нагружении / Скрипняк В.А. [и др.] // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – № 2. – С. 113-117.
91. Друккер Д. Механика грунтов и пластический анализ или предельное проектирование / Д. Друккер, В. Прагер // Механика. Новое в зарубежной науке. – 1975. – № 2. – С. 166-177.
92. Drucker D.C. Soil mechanics and plastic analysis or limit design / D.C. Drucker, W. Prager // Quarterly of Applied Mathematics. – 1952. – No. 2. – P. 157–165.
93. Гарагаш И.А. Неассоциированные законы течения и локализации пластической деформации / И.А. Гарагаш, В.Н. Николаевский // Успехи механики. – 1989. – № 1. – С. 131-183.
94. Уилкинс М.Л. Расчёт упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М., 1967. – С. 212-263.
95. Журков С.Н. Временная зависимость прочности твёрдых тел / С.Н. Журков, Б.Н. Нарзуллаев // ЖТФ. – 1953, – № 10. – с. 1677-1689.
96. Степанов А.В. Основы практической прочности кристаллов / А.В. Степанов. – М.: Наука, 1974. – 131 с.

97. Регель В.Р. Кинетическая природа прочности твёрдых тел / В.Р. Регель, А.И. Слуцкер, Э.Е. Томашевский. – М.: Наука, 1974. – 560 с.
98. Френкель Я.И. Введение в теорию металлов / Я.И. Френкель. – М.: Физматгиз, 1958. – 424 с.
99. Becker R. Über die Plastizität amorpher und Kristalliner fester Körper // Physikalische zeitschrift. – 1925. – No. 7. – P. 919-925.
100. Orowan E.J. The creep of metals // West Scot. Iron and steel Inst. – 1947. – No. 54. – P. 45-96.
101. Федоров В.В. Кинетика повреждаемости и разрушения твёрдых тел / В.В.Федоров. – Ташкент: Фан, 1985. – 168 с.
102. Макаров П.В. Сдвиговая прочность и вязкость металлов в ударных волнах // Ударные волны и экстремальные состояния вещества. – М., 2000. – С. 219-254.
103. Kelly J.M. Continuum descriptions of dislocations under stress reversals / J.M. Kelly, P.P. Gillis // J. Appl. Phys. – 1974. – No. 43. – P. 1091-1096.
104. Моделирование разрушения хрупких и квазихрупких тел и геосред / Евтушенко Е.П. [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2012. – № 3. – С. 35-44.
105. Пресняков А.А. К вопросу о скоростной чувствительности напряжений течения при растяжении / А.А. Пресняков, Р.К. Аубакирова // ФММ. – 1985. – № 1. – С. 205-206.
106. Макаров П.В. Математическая многоуровневая модель упругопластического деформирования структурно-неоднородных сред: дис. ... доктора физ.-мат. наук / П.В. Макаров. – Томск, 1995. – 251 с.
107. Романова В.А. Моделирование процессов деформации и разрушения в трехмерных структурно-неоднородных материалах: дис. ... доктора физ.-мат. наук / В.А. Романова. – Томск, 2008. – 298 с.
108. Wilkins M.L. Computer Simulation of Dynamic Phenomena / Wilkins M.L. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1999. – 246 p.
109. Roberts E. Elastic properties of model porous ceramics / E. Roberts, A. Garboczi // J. Am. Ceram. Soc. – 2000. – No. 12. – P. 3041 – 3048.
110. Torquato S. Random heterogeneous media: microstructure and improved bounds on elastic properties // Appl. Mech. Rev. – 1991. – Vol. 44. – P. 37-76.
111. Кондауров В.И. Механика и термодинамика насыщенной пористой среды/ В.И. Кондауров. – М.: МФТИ, 2007. – 310 с.
112. Моделирование механического поведения керамических композитов с

- трансформационно-упрочненной матрицей при динамических воздействиях / Е.Г. Скрипняк [и др.] // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2010. – № 2. – С. 94-101.
113. О зависимости макроскопических упругих свойств пористых сред от параметров стохастического пространственного распределения пор / И.С. Коноваленко [и др.] // Журнал технической физики. – 2009. – № 5. – С. 155-158.
114. Connecting the macro- and microstrain responses in technical porous ceramics: modeling and experimental validations / G. Bruno [and others] // J. Mater. Sci. – 2011. – Vol. 46. – P. 161 – 173.
115. Буякова С.П. Фазовый состав и особенности формирования структуры в нанокристаллическом ZrO_2 / С.П. Буякова, С.Н. Кульков // Российские нанотехнологии. – 2007. – № 1. – С. 119-132.
116. Буякова С.П. Структура, фазовый состав и механическое поведение керамики на основе диоксида циркония / С.П. Буякова, С.Н. Кульков, В.И. Масловский // Вестник Томского государственного университета. Бюллетень оперативной научной информации. – 2003. – № 13. – С. 28-34.
117. Crossover from chaotic to self-organized critical dynamic in jerky flow of single crystals / Ananthakrishna G. [and others] // Phys. Rev. E. – 1999. – No. 3. – P. 5455-5462.
118. Ananthakrishna G. Jerky flow, stick-slip in geological materials and earthquake models / G. Ananthakrishna, H. Ramachandran // on-Linearity and Breakdown in Soft Condensed Matter Lecture Notes in Physics. – 1994. – Vol. 437. – P. 78-106.
119. Малыгин Г.А. Процессы самоорганизации дислокаций и пластичность кристаллов // УФН. – 1999. – № 9. – С. 979-1010.
120. Панин В.Е. Мезомеханика формирования полосовых структур на мезо- и макромасштабных уровнях / В.Е. Панин, Е.Е. Дерюгин // ФММ. – 2003. – № 6. – С. 1-15.
121. Пустовалов В.В. Влияние сверхпроводящего перехода на низкотемпературную скачкообразную деформацию металлов и сплавов // ФНТ. – 2000. – № 6. – С. 515-535.
122. Котрелл А.Х. Дислокации и пластическое течение в кристаллах / А.Х. Котрелл. – М.: Металлургиздат, 1958. – 242 с.
123. McCornick P.G. A model for the Portevin-Le-Chatelier in substitutional alloys // Acta Met. – 1972. – Vol. 20. – P. 351-354.
124. Van den Benkel A. Theory of the effect of dynamic strain ageing on mechanical properties // Phys. Stat. Sol. A. – 1975. – Vol. 30. – P. 197-206.

125. Шибков А.А. Электромагнитная эмиссия при одноосном сжатии льда. III. Динамика и статистика дислокационных лавин и трещин / А.А. Шибков, А.А. Казаков // Кристаллография. – 2009. – № 2. – С. 323-330.
126. Писаренко В.Ф., Родкин М.В. Распределения с тяжелыми хвостами: приложения к анализу катастроф / В.Ф. Писаренко, М.В. Родкин. – М.: ГЕОС, 2007. – 242 с.
127. Обратная задача и прогноз на моделях клеточных автоматов / Кузнецов И.В. [и др.]. // Синергетика: исследования и технологии: сб. ст. – М., 2007. – С. 192-220.
128. Nadeau D. Nonvolcanic tremors deep beneath the San Andreas Fault / D. Nadeau, R.M. Dolenc // Science. – 2005. – Vol. 307. – P. 389-390.
129. Jensen H.J. Self-organized Criticality / H.J. Jensen. – Cambridge: Cambridge University Press, 1998. – 168 p.
130. Матизен Э.В., Состояние самоорганизованной критичности в джозефсоновской решетке / Э.В. Матизен, В.Г. Мартынец, П.П. Безверхий // Вестник СибГУТИ. – 2009. – № 3. – С. 137-145.
131. Frigg R. Self-organized criticality – what it is and what it isn't // Stud. Hist. Phil. Sci. – 2003. – Vol. 34. – P. 613-624.
132. Laherre E. Stretched exponential distribution in nature and economy: “Fat tails” with characteristic scale / E. Laherre, D. Sornette // Eur. Phys. B. – 1998. – No. 4. – P. 525-539.
133. Пантелеев И.А. Структурно-скейлинговые переходы и универсальность статистики флуктуаций при пластическом течении металлов / И.А. Пантелеев, С. Froustey, О.Б. Наймарк // Вычислительная механика сплошных сред. – 2009. – № 3. – С. 70-81.
134. Карпинтери А. Прогноз развития трещин в полномасштабных конструкциях на основе анализа показателя ν и статистики Юла / А. Карпинтери, Д. Лачидонья, С. Пуцци // Физическая мезомеханика. – 2008. – № 3. – С. 75-87.
135. Белоцерковский О.М. Численное моделирование гидродинамических неустойчивостей и турбулентности / О.М. Белоцерковский, А.М. Опарин, В.М. Чечёткин. – М.: Наука, 2003. – 210 с.
136. Еленин Г.Г. Вычислительный эксперимент с моделями неидеальных реакционных систем. Мезоскопические пространственно-временные структуры / Г.Г. Еленин. // Будущее прикладной математики: Лекции для молодых исследователей. От идей к технологиям. – М., 2008. – С. 96-133.
137. Змиевская Г.И. Стохастическое моделирование неравновесных процессов / Г.И. Змиевская // Будущее прикладной математики: Лекции для молодых исследователей. От идей к

- технологиям. – М., 2008, – с. 255-330.
138. Закономерности сеймотектонической деструкции сейсмического пояса Черского (СПЧ) / Л.П. Имаева [и др.] // Материалы Всероссийского совещания и молодежной школы по современной геодинамике. В 2-х т. – Иркутск, 2012. – Т. 2. – С. 31-33.
139. Кучай О.А. Механизмы очагов землетрясений Центральной Азии / О.А. Кучай, Н.А. Бушенкова // Физическая мезомеханика. – 2009. – № 1. – С. 17-24.
140. Парфеевец А.В. Напряженное состояние земной коры и геодинамика западной части Байкальской рифтовой системы / А.В. Парфеевец, В.А. Саньков. – Новосибирск: «Гео», 2006. – 151 с.
141. Zoback M.L. First- and second order patterns of stress in the lithosphere: the World stress map project // Journal of geophysical research. – 1992. – No. B8. – P. 11,703-11,728.
142. Солоненко Н.В. Механизмы очагов землетрясений Байкальской рифтовой зоны за 1981 – 1990 гг. / Н.В. Солоненко, В.И. Мельникова // Геология и геофизика. – 1994. – № 11. – С. 99-107.
143. Мельникова В.И. Деформационные параметры Земной коры Байкальской рифтовой зоны по сейсмологическим данным: автореф. дис. ... доктора геол.-мин. наук / В.И. Мельникова. – Иркутск, 2008. – 19 с.

Приложение

ρ – плотность, K – модуль объемного сжатия, μ – модуль сдвига, Y_0 – начальная когезия, α – коэффициент внутреннего трения, Λ – коэффициент дилатансии.

Таблица 1 – Физико-механические свойства габбро.

ρ , г/см ³	K , ГПа	μ , ГПа	Y_0 , МПа	α	Λ
3,1	66,5	42,5	140	0,44	0,1

Параметры модели квазихрупкой среды при моделировании разрушения габбро образцов при трехточечном изгибе: $\varepsilon_0^* = 0.01$, $\varepsilon_0^C = 0.00033$, $\varepsilon_0^T = 0.25\varepsilon_0^C$, $t_*^C = 0.1$, $t_*^T = 0.01t_*^C$, размер нагружаемых образцов: $70 \times 19 \times 7$ мм³.

Граничные условия при моделировании разрушения балок из габбро.

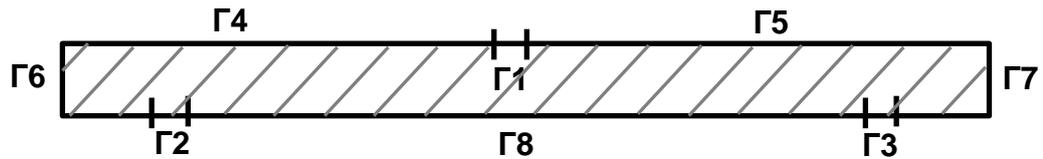


Рисунок 54 - Границы расчетной области.

- 1) $\sigma_{ij}n_j = 0$, при $x \in (\Gamma4, \Gamma5, \Gamma6, \Gamma7, \Gamma8)$
- 2) $\sigma_{ij}n_j = \sigma_{i0}$, при $x \in (\Gamma1)$, где σ_{i0} – напряжение, определяемое внешней нагрузкой.
- 3) $v_i = 0$ при $x \in (\Gamma2, \Gamma3)$

Таблица 2 – Физико-механические свойства диоксида циркония.

ρ , г/см ³	K , ГПа	μ , ГПа	Y_0 , МПа	α	Λ
6	200	83	2200	0,4	0,1

Параметры модели квазихрупкой среды при моделировании разрушения керамических образцов при одноосном сжатии: $\varepsilon_0^* = 0.1$, $\varepsilon_0^C = 0.005$, $\varepsilon_0^T = 0.25\varepsilon_0^C$, $t_*^C = 0.0001$, $t_*^T = 0.01t_*^C$, размер нагружаемых образцов: $9 \times 9 \times 9$ мкм³.

Граничные условия при моделировании разрушения керамических образцов.

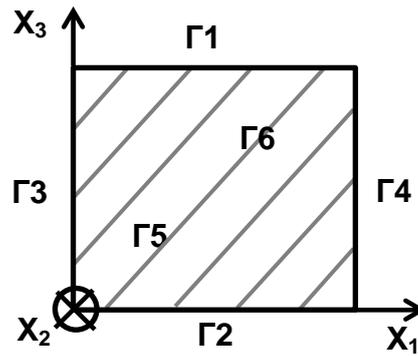


Рисунок 55 - Границы расчетной области.

1) $\sigma_{ij}n_j = 0$, при $x \in (\Gamma 3, \Gamma 4, \Gamma 5, \Gamma 6)$, $\Gamma 5, \Gamma 6$ – границы расчетной области перпендикулярные к оси X_2 .

2) $v_3 = v_0$ при $x \in (\Gamma 1, \Gamma 2)$, где v_3 – скорость смещения узлов расчетной сетки вдоль оси сжатия.

Таблица 3 – Физико-механические свойства образцов сплава на основе Al.

ρ , г/см ³	K , ГПа	μ , ГПа	Y_0 , МПа	α
2,7	72,8	27,7	20	0,1-0,3

Параметры модели упруго-пластической среды с дислокационной кинетикой пластических сдвигов при моделировании растяжения образцов из сплава Al: здесь α – коэффициент междислокационного взаимодействия, $b = 4.05 \times 10^{-10}$ м, $V_0 = 3080$ м/с – начальная скорость дислокаций, здесь $\beta = 7$ ГПа – коэффициент дислокационного торможения, начальная плотность дислокаций $N_0 = 10^8$, предельная плотность дислокаций $N_{lim} = 10^{12}$, начальная доля подвижных дислокаций $f_0 = 1$, предельная доля подвижных дислокаций $f_{lim} = 0.001$, константы $A = 1 \div 100 \times 10^{-10}$ м – путь, проходимый дислокацией, между последовательными актами размножения, $B = 1 \div 100 \times 10^{-10}$ м – путь, проходимый дислокацией, до торможения. Размеры образцов при моделировании $1 \times 0.2 \times 0.02$ мм³.

Граничные условия при моделировании прерывистой текучести в сплавах Al.

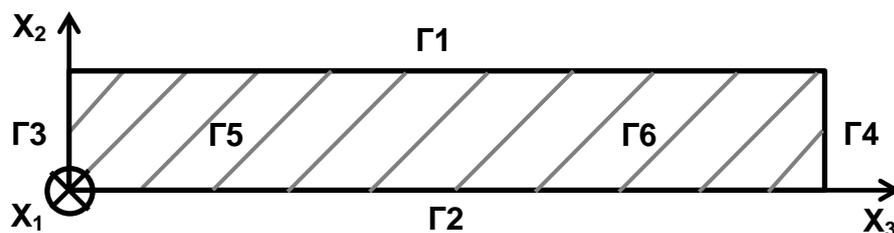


Рисунок 56 - Границы расчетной области.

1) $\sigma_{ij}n_j = 0$, при $x \in (\Gamma1, \Gamma2, \Gamma5, \Gamma6)$

2) $v_3 = v_0$ при $x \in (\Gamma3, \Gamma4)$, где v_3 – скорость смещения узлов расчетной сетки вдоль оси растяжения.

Таблица 4 – Физико-механические свойства блоков геосреды в Чуйско-Курайской зоне.

ρ , г/см ³	K , ГПа	μ , ГПа	Y_0 , МПа	α	Λ
2,3÷2,6	50÷100	15÷30	1÷20	0,35÷0,6	0,05÷0,22

Параметры модели квазихрупкой среды при моделировании тектонических течений и рельефа, а также сейсмического процесса в Чуйско-Курайской зоне: $\varepsilon_0^* = 0.01 \div 0.1$, $\varepsilon_0^C = Y_0/2E$, E – модуль Юнга, рассчитываемый по двум другим модулям, $\varepsilon_0^T = 0.25\varepsilon_0^C$, $t_*^C = 10^5 \div 10^{10}$, $t_*^T = 0.01t_*^C$. Размеры области моделирования 220×160 км² при двумерном моделировании, $220 \times 160 \times 20$ км³ при трехмерном моделировании.

Граничные условия при моделировании сейсмического процесса в Чуйско-Курайской зоне.

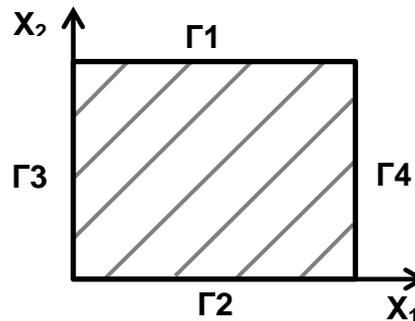


Рисунок 57 – Границы расчетной области.

1) $v_1 = 0$, при $x \in (\Gamma3, \Gamma4)$, где v_1 – скорость смещения узлов расчетной сетки.

2) $v_2 = v_0$, при $x \in (\Gamma1, \Gamma2)$, где v_2 – скорость смещения узлов расчетной сетки вдоль оси сжатия.