

**ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**  
**на диссертацию Мисякова Виктора Михайловича**  
**«Абелевы группы, их кольца эндоморфизмов и группы гомоморфизмов»,**  
**представленную на соискание ученой степени доктора**  
**физико-математических наук по специальности**  
**01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел**

Диссертация связана с решением ряда проблем, поставленных в теории абелевых групп:

1. Центры колец эндоморфизмов каких групп регулярны, самоинъективны?

2. Свести исследование смешанных групп с нётеровыми справа, полупервичными или коммутативными кольцами эндоморфизмов к исследованию групп без кручения с соответствующими кольцами эндоморфизмов.

3. Замкнут ли класс транзитивных (сильно однородных) групп без кручения относительно взятия прямых слагаемых?

4. Описать радикал кольца эндоморфизмов однородной группы  $G$  (здесь под радикалом кольца эндоморфизмов произвольной абелевой группы  $G$  понимается радикал Джекобсона, а под его описанием имеется в виду описание его элементов в терминах их действия на группе).

5. Вычислить радикал кольца эндоморфизмов  $p$ -группы (сепарабельной  $p$ -группы).

6. Описать радикал Джекобсона кольца эндоморфизмов смешанной вполне разложимой абелевой группы.

(проблемы 1-6 сформулированы в монографии:

Крылов П.А., Михалев А.В., Туганбаев А.А. Связи абелевых групп и их колец эндоморфизмов. Томск, 2002. )

7. (П.А. Крылов, А.В. Михалев, А.А. Туганбаев, 2002) Описать редуцированные смешанные абелевы группы, кольца эндоморфизмов которых регулярны.

8. (Л. Фукс, 1958) Описать векторные группы (т.е. прямые произведения групп без кручения ранга 1), которые являются сепарабельными.

9. (С.Я. Гриншпон, 2005) Выяснить, для каких групп  $A$  группа гомоморфизмов  $\text{Hom}(A, C)$  равна нулю, где  $C$  – вполне разложимая группа без кручения.

Данная диссертация направлена на решение или значительное продвижение в решении перечисленных проблем.

Основные результаты диссертации:

1. Получено описание нередуцированной абелевой группы, имеющей регулярный центр кольца эндоморфизмов. Найдены необходимые и достаточные условия регулярности центра кольца эндоморфизмов редуцированной абелевой группы. Найдены необходимые и достаточные условия регулярности кольца эндоморфизмов редуцированной абелевой группы.

2. Получено описание нередуцированной абелевой группы, имеющей коммутативное кольцо эндоморфизмов. Выделен класс абелевых групп, в котором исследование смешанных групп с коммутативным кольцом эндоморфизмов сводится к исследованию групп без кручения с соответствующим кольцом эндоморфизмов.

3. Получено описание абелевых групп с самоинъективным центром кольца эндоморфизмов из некоторого класса.

4. Получен критерий (вполне) транзитивной редуцированной группы. Найдены необходимые и достаточные условия транзитивности прямого слагаемого транзитивной группы.

5. Получено описание сепарабельных прямых произведений произвольных абелевых групп.

6. Найдены необходимые и достаточные условия равенства нулю группы гомоморфизмов из группы  $A$  в произвольную группу без кручения  $G$ .

7. Получено описание радикала Джекобсона кольца эндоморфизмов однородной сепарабельной группы без кручения.

8. Получено описание радикала Джекобсона кольца эндоморфизмов сепарабельной  $p$ -группы.

9. Получено описание радикала Джекобсона кольца эндоморфизмов смешанной вполне разложимой абелевой группы.

Диссертация включает в себя введение и две главы, разделённые на 9 параграфов, а также заключение, список условных обозначений, символов, сокращений и список литературы из 146 наименований.

Во введении содержится общая характеристика диссертации, обосновывается актуальность выбранного направления работы, даётся краткое содержание глав.

В первом параграфе первой главы рассматриваются группы с регулярным центром кольца эндоморфизмов и группы с регулярным кольцом эндоморфизмов. В нем получено описание нередуцированной абелевой группы, имеющей регулярный центр кольца эндоморфизмов (теорема 1.1.9), найдены критерии регулярности центра кольца эндоморфизмов редуцированной абелевой группы (теорема 1.1.10) и критерий регулярности кольца эндоморфизмов редуцированной абелевой группы (теорема 1.1.12).

Во втором параграфе исследуются абелевы группы с коммутативным кольцом эндоморфизмов. В нем получено описание нередуцированной абелевой группы, имеющей коммутативное кольцо эндоморфизмов (предложение 1.2.3), а также выделен класс абелевых групп, в котором исследование смешанных групп с коммутативным кольцом эндоморфизмов сводится к исследованию групп без кручения с соответствующим кольцом эндоморфизмов (теорема 1.2.4).

В третьем параграфе рассматриваются абелевы группы с самоинъективным центром кольца эндоморфизмов. Получено описание абелевых групп из некоторого класса  $S$  с самоинъективным центром кольца эндоморфизмов (теорема 1.3.3), и приводится пример группы, не

принадлежащей классу  $S$ , с самоинъективным центром кольца эндоморфизмов.

В четвертом параграфе рассматриваются (вполне) транзитивные, эндотранзитивные и слаботранзитивные группы. Получен критерий (вполне) транзитивной редуцированной абелевой группы (теорема 1.4.6). Найден критерий транзитивности прямого слагаемого транзитивной группы (теорема 1.4.8).

В пятом параграфе получено описание сепарабельных прямых произведений произвольных редуцированных групп (следствие 1.5.3).

В шестом параграфе получены необходимые и достаточные условия равенства нулю группы  $\text{Hom}(A, C)$  для группы  $A$  и произвольной группы без кручения  $C$  (лемма 1.6.1 и теорема 1.6.2).

В первом параграфе второй главы получено описание радикала Джекобсона кольца эндоморфизмов однородной сепарабельной группы без кручения (следствие 2.1.4).

Во втором параграфе рассматривается радикал Джекобсона кольца эндоморфизмов абелевой периодической группы. Получено описание радикала Джекобсона кольца эндоморфизмов сепарабельной  $p$ -группы (теорема 2.2.4).

В третьем параграфе получено описание радикала Джекобсона кольца эндоморфизмов смешанной вполне разложимой абелевой группы (теорема 2.3.2).

Отметим ряд мелких опечаток:

1) В перечне использованной литературы в п. 42 указан год 1988 вместо 1938.

2) На стр. 24 автореферата в пятом абзаце вместо ссылки 2 должна быть ссылка 1.

3) На стр. 25 автореферата отсутствует ссылка 1, которая упоминается перед формулировкой теоремы 2.3.2.

В целом диссертационная работа В.М. Мисякова является законченным исследованием на актуальную тему и вносит заметный вклад в теорию абелевых групп. Работа носит теоретический характер и может быть использована в дальнейшем изучении абелевых групп и их колец эндоморфизмов. Актуальность темы диссертации подтверждается рассмотренными в ней задачами, связанными с рядом проблем, сформулированных в известных монографиях (в частности, одна из рассматриваемых проблем поставлена около шестидесяти лет назад). Научные положения и выводы полностью обоснованы. Все основные утверждения снабжены доказательствами. Достоверность результатов обеспечивается внутренней согласованностью и согласием полученных результатов с известными результатами, процитированными в диссертации. Автореферат полностью и правильно отражает содержание диссертации. Все основные результаты своевременно опубликованы в работах в изданиях, входящих в перечень ВАК. Кроме того, результаты диссертации



неоднократно докладывались на различных международных математических конференциях.

Считаю, что диссертация В.М. Мисякова «Абелевы группы, их кольца эндоморфизмов и группы гомоморфизмов» соответствует п. 9-11 «Положения о присуждении ученых степеней» от 24 сентября 2013 г. № 842, удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор, Мисяков Виктор Михайлович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент:

профессор кафедры прикладной информатики, математики  
и естественнонаучных дисциплин ХТИ – филиала СФУ,  
доктор физико-математических наук  
(01.01.06 – Математическая логика, алгебра  
и теория чисел), доцент

*Глу*

Сулейманова Галина Сафиуллаевна

28.11.16.

Сведения об организации:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Сибирский федеральный университет»  
660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79;  
8 (391) 244-86-25; <http://www.sfu-kras.ru>;  
[office@sfu-kras.ru](mailto:office@sfu-kras.ru)

Сведения о филиале:

655017, г. Абакан, ул. Щетинкина, 27;  
8(3902)22-53-55; <http://www.khti.ru>; [khti@khakassia.ru](mailto:khti@khakassia.ru)

*Подпись Сулеймановой Г.С.*  
*Заведующий*  
*Галина Сафиуллаевна Сулейманова*  
*по УВР*  
*Мисяков В.М.*  
*28.11.2016*

