

ОТЗЫВ

**официального оппонента на диссертационную работу
Мисякова Виктора Михайловича «Абелевы группы, их кольца
эндоморфизмов и группы гомоморфизмов», представленную
на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел**

Теория абелевых групп – классическая ветвь современной алгебры. Изучение абелевых групп или модулей без привлечения их гомоморфизмов и, в частности, эндоморфизмов представляется сейчас малоперспективным. Группам гомоморфизмов и кольцам эндоморфизмов посвящены отдельные главы в известной монографии Л. Фукса. Более глубоко взаимосвязи абелевых групп и их колец эндоморфизмов отражены в книге П.А. Крылова, А.В. Михалева и А.А. Туганбаева «Абелевы группы и их кольца эндоморфизмов».

В диссертации В.М. Мисякова рассматривается ряд известных проблем об абелевых группах, связанных с их гомоморфизмами и эндоморфизмами (прежде всего проблемы Фукса и проблемы из книги Крылова, Михалева, Туганбаева). При этом охватывается широкий круг вопросов – от регулярности центров колец эндоморфизмов и характеристики радикала Джекобсона кольца эндоморфизмов до транзитивных абелевых групп (в разных смыслах) и групп с нулевыми группами гомоморфизмов.

В связи с этим тематика диссертации выглядит интересной и актуальной. Основные результаты работы получены классическими методами теории абелевых групп с привлечением методов теории колец и модулей.

Диссертация состоит из введения, двух глав (содержащих 9 параграфов), заключения, списка условных обозначений, символов, сокращений, списка терминов и списка литературы.

В первой главе рассматриваются различные проблемы теории абелевых групп и их частичные решения. Во второй главе в основном рассматриваются вопросы, связанные с радикалом Джекобсона кольца эндоморфизмов.

В 1-м параграфе рассматривается вопрос о регулярности центра кольца эндоморфизмов абелевой группы. Второй параграф посвящен группам с коммутативными кольцами эндоморфизмов. Здесь выделен новый интересный класс групп K , для которого в теореме 1.2.4 решен вопрос о коммутативности кольца эндоморфизмов (обобщающий известную теорему Селе-Сендрей). В 3-м параграфе выделен класс групп S , в котором возможна характеристика объектов с самоинъективными центрами колец эндоморфизмов (теорема 1.3.3).

В 4-м параграфе собраны результаты о различных разновидностях транзитивности групп (транзитивность, вполне транзитивность, слабая транзитивность, эндотранзитивность). Для работы с различными видами транзитивности автором вводятся различные характеристические подгруппы и подмножества и рассматриваются их взаимоотношения. В следующем, 5-м параграфе, рассматриваются сепарабельные прямые произведения групп и вполне транзитивные сепарабельные прямые произведения. Здесь получены характеристики таких групп на языке периодических частей и групп без кручения (следствие 1.5.3 и теорема 1.5.4).

В последнем параграфе 1-й главы исследуется вопрос о равенстве нулю группы гомоморфизмов $\text{Hom}(A, C)$, где C – группа без кручения

Во 2-й главе продолжается изучение колец эндоморфизмов абелевых групп. В § 2.1 рассматривается идеал Пирса $H'(G)$ и множество $TF(G)$, с помощью которых описывается радикал Джекабсона для однородных вполне транзитивных групп и групп Мерли (в частности, для однородных алгебраически компактных групп и однородных сепарабельных групп). Во 2-м параграфе 2-й главы рассматриваются аналогичные вопросы для периодических групп. Здесь с помощью конструкций аналогичных конструкциям из предыдущего параграфа описан радикал Джекобсона сепарабельной p -группы (теорема 2.2.4). В последнем параграфе диссертации рассматриваются смешанные вполне разложимые абелевы группы. Для них, используя введенные выше методы, удалось найти строение радикала Джекобсона кольца эндоморфизмов (теорема 2.3.2).

Основные результаты диссертационной работы В.М. Мисякова являются новыми. Они снабжены подробными и четкими доказательствами. Вынесенные на защиту результаты докладывались автором на ряде международных и всероссийских научных конференций и опубликованы в 21 работе, 11 из которых – в журналах, включённых в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук. Результаты исследования представляют интерес для специалистов МГУ, МПГУ, ИМ СО РАН, Санкт-Петербургского, Новосибирского, Томского и др. университетов. Автореферат полно и верно отражает содержание диссертации. Название диссертации «Абелевы группы, их кольца эндоморфизмов и группы гомоморфизмов» соответствует содержанию работы и отражает основную проблематику исследования.

Тема, содержание и результаты диссертации В.М. Мисякова отвечают Паспорту специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Отметим некоторые замечания и пожелания к диссертационной работе:

1. Диссертация недостаточно снабжена примерами, иллюстрирующими полученными результатами. Разобранные примеры, зачастую, тривиальны.

2. Интересно было бы рассмотреть группы из класса K малых рангов без кручения ($r=2$).

3. Для вводимых в параграфе 4 характеристических множеств ($lc(a)$, $lfc(a)$, $bfc(a)$, $bc(a)$ и др.) интересно было бы исследовать их упорядоченную структуру.

4. Интересно было бы соотнести результаты (и методы) §5 о равенстве нулю группы $\text{Hom}(A, C)$ с результатами Л.Я. Куликова о равенстве нулю группы $\text{Ext}(A, C)$.

Отмеченные недостатки не носят принципиальный характер, скорее имеют форму пожеланий.

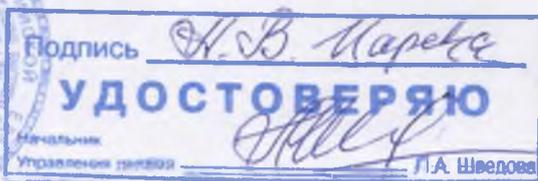
Представленная диссертация В.М. Мисякова полностью соответствует требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям в пп. 9, 10, 11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Правительством РФ (постановление №842 от 24.09.2013 г.), а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Исполняющий обязанности
заведующего кафедрой алгебры МПГУ,
доктор физико-математических наук,
(01.01.06 – Математическая логика,
алгебра и теория чисел)



Царев Андрей Валерьевич

28.11.2016



Сведения об организации:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
«Московский педагогический государственный университет»
119991, г. Москва, ул. Малая Пироговская, 1/1;
тел.: (499) 245-03-10; mail@mpgu.edu, http://mpgu.pf

Математический факультет МПГУ:

107140, г. Москва, ул. Краснопрудная, 14,
тел.: +7 (499) 264-25-56
e-mail: math@mpgu.edu
http://mpgu.pf/ob-mpgu/struktura/faculties/matematicheskiy-fakultet

Контактные данные:

Царев Андрей Валерьевич
тел.: (499)264-46-83,
e-mail: algebra@mpgu.edu, an-tsarev@yandex.ru
С основными публикациями А.В. Царева можно
ознакомиться на сайте <http://www.mathnet.ru>