

## ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертационную работу Бублик Яны Сергеевны

«Асимптотический анализ моделей страхования при дважды стохастических потоках страховых премий и выплат»,

представленную на соискание учёной степени кандидата физико-

математических наук по специальности 05.13.18 –

математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

### Актуальность темы диссертационной работы

В диссертационной работе Бублик Я.С. исследуются математические модели страхования и математические модели некоммерческих фондов при дважды стохастических потоках поступающих платежей и выплат. Хотя первые работы, посвященные исследованию так называемой классической модели страхования, появились примерно сто лет назад, а развитию и обобщению этой модели посвящены сотни публикаций, существует еще много проблем, которые нуждаются в дополнительном исследовании. К малоизученным ввиду их сложности можно отнести математические модели страхования, в которых потоки поступающих страховых премий и страховых выплат представляют собой случайные процессы, например, дважды стохастические пуассоновские потоки. В частности, для моделей страхования с дважды стохастическими потоками премий и выплат не существует простых соотношений, которые позволяли бы оценить вероятность разорения страховой компании и другие статистические характеристики при произвольных распределениях страховых премий и выплат.

Близким к математическим моделям страховых компаний являются математические модели деятельности некоммерческих фондов, целью деятельности которых, также как и целью деятельности страховых компаний, является сбор и перераспределение денежных средств. Потоки денежных поступлений в фонд и выплат из фонда также могут являться случайными

22

процессами, а в некоторых важных для приложений случаях могут рассматриваться как дважды стохастические пуассоновские потоки. Рассмотрению и исследованию математических моделей некоммерческих фондов посвящены лишь отдельные работы.

Изучению упомянутых выше проблем и посвящена диссертационная работа Я.С. Бублик, направленная на создание новых методов, позволяющих эффективно исследовать математические модели страховых компаний и некоммерческих фондов. Поэтому тему рецензируемой диссертационной работы считаю актуальной.

Новизна полученных результатов, выводов и рекомендаций

В диссертации получены следующие новые научные результаты.

1. Для модели страховой компании с дважды стохастическим потоком страховых выплат и непрерывным поступлением страховых премий в случае малой нагрузки страховой премии найдены вероятность разорения страховой компании на бесконечном временном интервале и производящая функция условного времени до разорения. Доказано, что при неограниченно возрастающем начальном капитале распределение времени до разорения является асимптотически нормальным.

2. Для модели страховой компании с дважды стохастическим потоком страховых премий и дважды стохастическим потоком страховых выплат в случае малой нагрузки страховой премии найдены вероятность разорения страховой компании на бесконечном временном интервале и производящая функция условного времени до разорения.

3. Методами имитационного моделирования и путём численного решения систем интегральных и интегро-дифференциальных уравнений, задающих выражения для вероятностей разорения, установлены границы применимости полученных результатов.

4. Исследована математическая модель некоммерческого фонда с дважды стохастическим потоком поступающих платежей и релейным управлением капиталом. Для этой модели найдены выражения для плотности распределения

23

капитала фонда, плотностей распределения длительности периода неплатёжеспособности и длительности периода повышенных выплат при дополнительном предположении о близости в среднем расходуемых и поступающих в фонд денежных средств.

5. Исследована математическая модель некоммерческого фонда с пуассоновским потоком поступающих платежей и релейно-гистерезисным управлением средним значением выплаты или интенсивностью потока выплат. Получены выражения для плотности распределения капитала фонда при дополнительном предположении о близости в среднем расходуемых и поступающих в фонд денежных средств.

Достоверность основных положений, выводов и рекомендаций

подтверждается корректным применением математического аппарата с использованием методов теории вероятностей, теории случайных процессов, теории дифференциальных и интегральных уравнений, теории интегральных преобразований, совпадением теоретических результатов с численными расчетами и результатами имитационного моделирования.

Полнота опубликования результатов работы

По материалам диссертации автором опубликовано двадцать научных работ, из которых шесть статей в журналах, входящих в ВАКовский перечень рецензируемых научных журналов и изданий. Результаты диссертации достаточно полно отражены в перечисленных публикациях. Результаты достаточно хорошо апробированы на представительных конференциях. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Теоретическое и практическое значение работы

В работе получили дальнейшее развитие методы актуарной математики, примененные для исследования математических моделей страхования и некоммерческих фондов с адекватными предположениями о характере потоков циркулирующих денежных средств. Полученные в диссертации результаты могут быть использованы для расчёта нагрузок страховых премий, выбора стратегии управления капиталом некоммерческих фондов. Разработанный

24

комплекс программ позволяет находить численные решения уравнений, определяющих вероятности разорения страховых компаний для рассмотренных моделей, а также с помощью имитационного моделирования определять основные статистические характеристики моделей.

#### Использование результатов работы

Предложенная в диссертации методика может быть использована для анализа других моделей страхования при условии, что нагрузка страховой премии считается малой. Также результаты работы могут быть применимы при исследовании функционирования некоммерческих фондов, таких, например, как эндаумент-фонды или внебюджетные фонды РФ.

#### Замечания по работе

По диссертации Бублик Я.С. можно высказать следующие замечания:

1. Практически во всех теоремах, посвященных вероятности разорения страховой компании содержится экспоненциально убывающее по начальному капиталу  $S$  слагаемое и  $O(\Theta)$ . Хотелось бы увидеть, как второе слагаемое зависит от  $S$ . Дело в том, что малая страховая премия  $\Theta$  при фиксированном  $S$  приводит к вероятности разорения, близкой к единице. Устремление  $S$  к бесконечности может или компенсировать или не компенсировать этот эффект, поэтому следует ожидать что-то вроде закона нуля и единицы. Грубо говоря, если  $S$  стремится к бесконечности быстрее, чем  $\Theta$  к нулю, то получим сходимость вероятности разорения к нулю, в противном случае — к единице. Хотелось бы, чтобы в диссертации это явление было исследовано более детально. А в таком виде приходится указывать на некоторую односторонность рассмотрения и неосторожность при работе с таким важным для практиков явлением как разорение страховой компании.
2. Вычисления, проиллюстрированные на рис. 1 автореферата неполны, т.к. хотелось бы увидеть, как влияет  $\Theta$  на вероятность разорения.

В свою очередь рис. 2 в автореферате заставляет всерьез задуматься о применимости асимптотических результатов работы. Вынужден заметить, что эти замечания носят не только формальный, но и содержательный характер. Мне известны похожие задачи в области франчайзинга применительно к страхованию при продаже продуктов газовой промышленности, где возникают подобные картинки, но в более простых моделях (без дважды стохастических потоков страховых премий).

3. В своей работе диссертантка делает акцент на асимптотических методах и в то же время старается проверить полученные результаты методом Монте-Карло. Однако при работе с редкими событиями (разорения или неразорения страховой компании) следует особое внимание уделить количеству случайных реализаций, чего не удалось увидеть в тексте диссертации.
4. Аналогичное замечание можно отнести и к использованию численных методов при решении интегральных уравнений для вероятности разорения (выбор шага аппроксимации перед сопоставлением численных расчетов с асимптотическими результатами, оценка времени счета и т.п.).
5. Хотелось бы сопоставить результаты диссертации с известными результатами для вероятности разорения в зависимости от распределения страхового ущерба, характеризуемого в работе плотностью распределения  $\psi(x)$ . Так, если это распределение имеет конечный экспоненциальный момент, то асимптотика вероятности разорения при больших  $S$  является экспоненциальной (Крамеровской), как показано в диссертации. А если распределение с плотностью  $\psi(x)$  имеет, например, степенной хвост, то асимптотика вероятности разорения также имеет степенной хвост. Данный вывод, конечно, не рассматривался для дважды стохастического пуассоновского потока,

однако в частном случае, обычного пуассоновского потока он хорошо известен.

6. В теореме 3.7 автореферата обозначение плотности вероятности совпадает с ранее использованным обозначением вероятности разорения. Это создает путаницу в понимании текста работы.

Общее заключение. Несмотря на сделанные замечания, считаю, что диссертационная работа Бублик Яны Сергеевны «Асимптотический анализ математических моделей страхования при дважды стохастических потоках страховых премий и выплат» является законченной научно-исследовательской работой, посвященной исследованию математических моделей страховых компаний и некоммерческих фондов. Совокупность представленных в ней результатов можно классифицировать как новое решение актуальной научной задачи. Основное содержание диссертации достаточно полно отражено в печатных изданиях, основные результаты апробированы на Международных и Всероссийских конференциях. Автореферат правильно и в достаточной мере отражает содержание диссертационной работы.

На основании вышесказанного считаю, что диссертационная работа Бублик Я.С. удовлетворяет требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям по физико-математическим наукам по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, а ее автор Бублик Я.С. заслуживает присуждения ей искомой ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18.

Официальный оппонент

д.ф.-м.н. профессор,

зав. лабораторией

вероятностных методов и системного анализа

Института прикладной математики

ДВО РАН (г. Владивосток)

*Цициашвили*, 24.02.14г.

Цициашвили Г.Ш.



*Цициашвили Г.Ш. заверяю  
секретарь ИПМ ДВО РАН  
д.ф.-м.н. Редот С.В. Додуга В.А.*