

## ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию

Казанцевой Алены Алексеевны

### ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ ПРИМА НА ПЕРЕМЕННОЙ КОНЕЧНОЙ РИМАНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

представленную на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук

по специальности 01.01.01 –

вещественный, комплексный и функциональный анализ

Исследования, проводимые в диссертационной работе, берут начало в классических трудах Ф. Прима и П. Аппеля, в которых были изучены мультипликативные функции и дифференциалы Прима для частных характеров на фиксированной компактной римановой поверхности. Эти результаты нашли приложения в теории уравнений математической физики – в работах С. П. Новикова, И. М. Кричевера, в теории векторных расслоений над римановыми поверхностями и комплексными многообразиями – в работах Р. Ганнинга, Дж. Кемпфа, в аналитической теории чисел – в работах Дж. Фейя, Х. М. Фаркаша.

Во второй половине прошлого столетия теория мультипликативных функций и дифференциалов Прима на римановых поверхностях получила существенное развитие в связи с построением теории пространств Тейхмюллера. В работах Р. Ганнинга (1980 г.) и В. В. Чуешева (2003 г.) было начато построение общей теории  $q$ -дифференциалов Прима и их классов периодов для произвольных характеров на переменной компактной римановой поверхности. При этом классическая теория однозначных мероморфных функций и абелевых 1-дифференциалов на компактной римановой поверхности соответствует тривиальному характеру  $\rho = 1$ .

Кроме того, Ф. Прим, Г. Рост, О. Хаунт, К. Ивасава также начали изучение векторных мультипликативных функций и дифференциалов Прима для частных матричных характеров на компактной римановой поверхности.

В диссертационной работе А. А. Казанцевой созданы основы теории мероморфных дифференциалов Прима для любых характеров и основы теории абелевых дифференциалов, но уже для переменной конечной римановой поверхности; доказывається существование матричного дифференци-

ала Прима для любого матричного характера на компактной римановой поверхности.

Эти исследования относятся к комплексному анализу, геометрии, дифференциальным уравнениям и алгебре. Это позволяет охарактеризовать направление, к которому относится диссертация, как актуальное, перспективное и имеющее приложения.

Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы. Во введении кратко изложено содержание диссертации.

В параграфе 1.2 первой главы диссертации доказано, что когомологическое расслоение Ганнинга является голоморфным векторным расслоением над произведением пространства Тейхмюллера и группы характеров для конечной римановой поверхности.

Основным результатом первой главы (параграф 1.3) является построение основных типов элементарных  $(\rho, q)$ -дифференциалов Прима, локально голоморфно зависящих от характеров  $\rho$  и модулей конечной римановой поверхности. При этом дано конструктивное описание дивизоров элементарных дифференциалов Прима на такой поверхности. С помощью этих элементарных дифференциалов Прима (в параграфах 1.4 и 1.6) строятся базисы локально голоморфных сечений двух основных типов векторных расслоений со слоями, состоящими из дифференциалов Прима, над произведением пространства Тейхмюллера и группы характеров.

В параграфе 1.5 дано явное описание мероморфных мультипликативных функций с заданными полюсами и мультипликативных единиц на переменной конечной римановой поверхности для переменных характеров.

Во второй главе методы, примененные в первой главе для дифференциалов Прима, позволяют также построить основы теории абелевых дифференциалов на переменной конечной римановой поверхности. Эта теория включает в себя: явное построение основных типов элементарных абелевых дифференциалов, локально голоморфно зависящих от модулей конечной римановой поверхности; конструктивное описание дивизоров элементарных абелевых дифференциалов на такой поверхности; нахождение базисов локально голоморфных сечений двух основных типов векторных расслоений со слоями, состоящими из абелевых дифференциалов, над пространством Тейхмюллера для конечной римановой поверхности.

В третьей главе диссертации доказываемся — двумя принципиально различными методами — существование матричного дифференциала Прима любого положительного порядка для любого матричного характера на компактной римановой поверхности рода большего или равного двум.

Основные результаты диссертации опубликованы в 5 статьях, из них 2 работы в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Все результаты диссертации А. А. Казанцевой являются новыми и сопровождаются полными доказательствами. Они могут быть использованы в ПОМИ РАН (Санкт-Петербург), ИМ СО РАН (Новосибирск), Сибирском федеральном университете (Красноярск), а также в Новосибирском, Казанском и Кемеровском государственных университетах.

В диссертации имеются некоторые недостатки:

1) в предварительных сведениях нужно было привести теорему о свободных точках в дивизорах, что существенно облегчило бы чтение диссертации;

2) в некоторых местах имеет место несогласованность в расстановке тире и дефиса;

3) в определении дифференциала Прима следует заменить  $m$  на  $q$ , так как дальше по тексту говорится про  $q$ -дифференциалы;

4) имеется некоторая несогласованность в обозначениях дифференциалов, так иногда в нижних индексах пишется запятая, а иногда точка с запятой.

Указанные недостатки не влияют на строгость и полноту доказательств теорем в диссертации.

Диссертация А. А. Казанцевой представляет собой законченное научное исследование, в котором содержатся следующие основные результаты:

1) Построены основные типы элементарных дифференциалов Прима, локально голоморфно зависящих от характера  $\rho$  и модулей конечной римановой поверхности; с помощью этих элементарных дифференциалов Прима строятся базисы локально голоморфных сечений двух основных типов векторных расслоений со слоями, состоящими из дифференциалов Прима, над произведением пространства Тейхмюллера и группы характеров.

2) Аналогично, как для дифференциалов Прима, построены основы теории абелевых дифференциалов на переменной конечной римановой поверхности.

3) Двумя различными методами доказано существование матричного дифференциала Прима любого положительного порядка для любого матричного характера на компактной римановой поверхности рода большего или равного двум.

Диссертация А. А. Казанцевой "Дифференциалы Прима на переменной конечной римановой поверхности" соответствует п. 9 "Положения о по-

рядке присуждения ученых степеней" , удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 (вещественный, комплексный и функциональный анализ), а ее автор, Казанцева Алена Алексеевна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Кандидат физико-математических наук,  
научный сотрудник лаборатории Теории функций  
ИМ СО РАН  
11.12.2014



Н. В. Абросимов



Отзыв составил: Николай Владимирович Абросимов  
**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки**  
**Институт математики им. С.Л.Соболева**  
**Сибирского отделения Российской академии наук**  
Адрес: 630090, Новосибирск, пр. Академика Колтюга, 4  
Тел.: (8-383) 333-28-92, факс: (8-383) 333-25-98, E-mail: [im@math.nsc.ru](mailto:im@math.nsc.ru)