ОТЗЫВ

на диссертацию
Казанцевой Алены Алексеевны

ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ ПРИМА НА ПЕРЕМЕННОЙ КОНЕЧНОЙ РИМАНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

В работах Ф. Прима, П. Аппеля, Х. Фаркаша и И. Кра были изучены мультипликативные функции и дифференциалы для частных классов характеров на фиксированной компактной римановой поверхности. Полученные результаты нашли приложения в математической физике (Дж. Фей, С. П. Новиков), в аналитической теории чисел (Г. Петерсон, Дж. Йоргенсон, Х. Фаркаш) и в теории векторных расслоений (Дж. Кемпф). В связи с этим Р. Ганнинг (1980 г.) начал, а В. В. Чуешев продолжил, построение общей теории мероморфных дифференциалов Прима для произвольных характеров, но уже на переменной компактной римановой поверхности.

Диссертационная работа А.А. Казанцевой посвящена созданию основ теории мероморфных дифференциалов Прима любых порядков для произвольных скалярных характеров и теории однозначных (абелевых) дифференциалов любых порядков, по аналогии с классической теорией абелевых дифференциалов, но уже для переменной конечной римановой поверхности. Кроме того, начато исследование дифференциалов Прима любого порядка для произвольных матричных характеров на компактной римановой поверхности. При исследовании используется современный аппарат анализа на комплексных многообразиях: универсальное расслоение Якоби, чьи слои являются многообразиями Якоби компактных римановых поверхностей над пространством Тейхмюллера; метод построения базисов голоморфных дифференциалов Прима и метод фильтрации в многообразии Якоби, разработанные Чуешевым В.В., причем эти дифференциалы голоморфно зависят от модулей компактной римановой поверхности и характеров ρ; сложная техника работы с классами дивизоров; голоморфные сечения К. Эрла в пространствах целых дивизоров на переменной компактной римановой поверхности и матричные тэта-ряды Пуанкаре. Таким образом, диссертация посвящена актуальным проблемам современной геометрической теории функций на римановых поверхностях и их приложениям в теории функций многих комплексных переменных.

Диссертация изложена на 92 страницах и состоит из введения, трех глав и списка литературы. Во введении дан краткий исторический обзор и кратко изложено содержание диссертации.

В первой главе диссертации в §1.2 исследовано когомологическое расслоение Ганнинга и доказано, что оно является голоморфным векторным расслоением над произведением пространства Тейхмюллера конечной поверхности на группу характеров. Это расслоение играет роль пространства классов периодов для дифференциалов Прима.

В §1.3 построены четыре основных типа элементарных дифференциалов Прима, локально голоморфно зависящих от характера ρ и модулей конечной римановой поверхности. Впервые дано полное параметрическое описание дивизоров элементарных дифференциалов Прима на таких поверхностях. Любой мероморфный дифференциал Прима можно представить в виде конечной суммы элементарных дифференциалов трех родов. Элементарные дифференциалы Прима в §1.4 и §1.6 также позволяют строить базисы локально голоморфных сечений для двух основных типов векторных расслоений, со слоями состоящими из дифференциалов Прима, над произведением пространства Тейхмюллера и группы характеров.

В §1.5 получено описание мероморфных мультипликативных функций и мультипликативных единиц на переменной конечной римановой поверхности и для произвольных переменных характеров.

Вторая глава диссертации посвящена созданию основ теории однозначных (абелевых) дифференциалов любых порядков, по аналогии с классической теорией абелевых дифференциалов, но уже для переменной конечной римановой поверхности. С помощью методов, развитых в главе 1 для дифференциалов Прима, получены все аналогичные результаты для абелевых дифференциалов на переменной конечной римановой поверхности. Тем не менее отметим, что доказательства теорем в этой главе существенно отличаются от доказательств из первой главы. Кроме того, отметим, что такой теории не было до сих пор, тем более на переменной конечной римановой поверхности. В качестве приложения в §2.3 дается новый метод построения базисов в пространствах голоморфных абелевых дифференциалов любого положительного порядка на переменных гиперэллиптических римановых поверхностях любого положительного рода. Заметим, что для таких поверхностей известная теорема М. Нетера не применима.

Третья глава посвящена доказательству существования и построению мероморфных матричных дифференциалов Прима любого целого порядка для произвольных матричных характеров на компактной римановой поверхности. При этом дано два доказательства этого факта: одно – комбинаторное с помощью теории групп, а другое основано на оценках норм в функциональных пространствах матричных функций. Отметим, что этот результат открывает новое направление изучения матричных дифференциалов Прима для матричных характеров в различных матричных группах.

Основные результаты диссертации опубликованы в 12 работах, из них 3 статьи в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК, и апробированы на научных конференциях в Новосибирске, Томске, Кемерово и Красноярске. Автореферат правильно и полно отражает структуру и содержание диссертации. Все результаты диссертации А.А. Казанцевой являются новыми и имеют полные доказательства. Результаты могут найти применения в ПОМИ РАН (Санкт-Петербург), ИМ СО РАН (Новосибирск), СФУ, Московском, Новосибирском, Тверском, Казанском и Кемеровском университетах.

В качестве замечаний отметим: 1) имеется небольшое количество опечаток в тексте диссертации и в автореферате; 2) на стр.11 в определении 1.1.2 заменить m на q, так как дальше по тексту говорится про $q-$дифференциалы; 3) в нескольких местах словосочетание фактор пространство надо писать через тире. Эти замечания имеют технический характер и не влияют на результаты диссертации. В целом диссертационная работа оформлена хорошо и представляется важным исследованием, результаты которого привлекут внимание специалистов по геометрической теории функций и других разделов современной математики.

Считаю, что диссертационная работа А.А. Казанцевой соответствует специальности 01.01.01 (вещественный, комплексный и функциональный анализ), и соответствует всем критериям, установленным п.9 "Положения о присуждении ученых степеней" , а ее автор Казанцева Алена Алексеевна несомненно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры теории функций Института
математики и фундаментальной информатики
Сибирского федерального университета

Лейнартас Евгений Константинович

Телефон/факс: +7 (391) 244-86-25
Адрес: 660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79/10 (библиотека), Р5-07
Электронная почта: office@sfu-kras.ru