

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной и
инновационной деятельности
Сибирского государственного
аэрокосмического университета
им. академика М.Ф. Решетнева,

проф., д.ф.-м.н.

Ю.Ю. Логинов

« 14 » декабря 2014 г.



ведущей организации на диссертацию

Казанцевой Алены Алексеевны

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ ПРИМА НА ПЕРЕМЕННОЙ
КОМПАКТНОЙ РИМАНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ,**

представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный,
комплексный и функциональный анализ

Теория однозначных мероморфных функций и абелевых дифференциалов на компактной римановой поверхности была построена в работах А. Пуанкаре, Ф. Клейна, Л. В. Альфорса, Л. Берса, И. Кра. Вся эта классическая теория соответствует тривиальному характеру. В работах Ф. Прима, Г. Роста, П. Аппеля были изучены мультипликативные функции и дифференциалы Прима для специальных классов характеров на фиксированной компактной римановой поверхности. Эти результаты нашли приложения в теории уравнений математической физики – работы С. П. Новикова, И. М. Кричевера, в теории векторных расслоений над римановыми поверхностями и комплексными многообразиями – Р. Ганнинг, Дж. Кемпф, в аналитической теории чисел -- Г. Петерсон, Дж. Фей, Дж. Йоргенсон, Х. М. Фаркаш. В 1980 году Р. Ганнинг начал, а В. В. Чуешев продолжил построение общей теории мероморфных дифференциалов Прима для любых скалярных характеров, но только уже на переменной компактной римановой поверхности. Векторные дифференциалы Прима и мультипликативные матричные функции для частных случаев матричных характеров изучались в работах Ф. Прима, О. Хаупта и К. Ивасавы.

Диссертационная работа А.А. Казанцевой посвящена созданию основ теории мероморфных дифференциалов Прима и их классов периодов для любых характеров, по аналогии с теорией абелевых дифференциалов, но уже для переменной конечной римановой поверхности, а также изучению матричных дифференциалов Прима для любых матричных характеров на компактной римановой поверхности. В доказательствах теорем в диссертации используются ряд методов и объектов современной геометрической теории функций: когомологическое расслоение Ганнинга над произведением пространства Тейхмюллера и группы характеров; универсальное расслоение Якоби над пространством Тейхмюллера; метод, найденный В.В. Чуешевым, для построения базисов голоморфных дифференциалов и различных видов мероморфных

дифференциалов Прима, которые голоморфно зависят от модулей компактной римановой поверхности и характеров; голоморфные сечения К. Эрла в пространствах целых дивизоров на переменной римановой поверхности.

Эти исследования лежат на стыке многих областей математики: комплексный анализ, функциональный анализ, геометрия, дифференциальные уравнения и теория групп. Поэтому диссертация А.А. Казанцевой относится к актуальному направлению в теории функций и имеет приложения в различных областях математики.

Диссертация изложена на 93 страницах и состоит из введения, трех глав и списка литературы. Во введении кратко изложено содержание диссертации.

В первой главе диссертации в 1.2 доказывається, что когомологическое расслоение Ганнинга, являющееся аналогом пространства периодов, будет голоморфным векторным расслоением над произведением пространства Тейхмюллера и группы характеров для конечной римановой поверхности.

В 1.3 строятся основные типы элементарных дифференциалов Прима, которые локально голоморфно зависят от характера и модулей конечной римановой поверхности. Впервые дано полное и конструктивное описание дивизоров элементарных дифференциалов Прима на такой поверхности. Отметим, что любой мероморфный дифференциал Прима представляется как конечная сумма таких элементарных дифференциалов Прима трех родов.

В 1.4 и 1.6 для двух основных векторных расслоений, со слоями из дифференциалов Прима, над произведением пространства Тейхмюллера и группы несущественных и существенных характеров, строятся базисы локально голоморфных сечений. При этом существенно используются элементарные дифференциалы Прима.

В 1.5 конструктивно описываются мероморфные мультипликативные функции с заданными полюсами и мультипликативные единицы на переменной конечной римановой поверхности.

Во второй главе диссертации, с помощью методов развитых в первой главе для дифференциалов Прима, доказываются все аналогичные результаты как в первой главе, но только для абелевых дифференциалов на переменной конечной римановой поверхности. Таким образом, в этой главе построены основы теории абелевых дифференциалов на таких поверхностях. Отметим, что несмотря на то, что абелевы дифференциалы являются классическим объектом, такой теории не было.

Третья глава посвящена доказательству существования дифференциалов Прима любых положительных целых порядков для любых матричных характеров на компактной римановой поверхности рода большего или равного двум, с помощью матричных θ -рядов Пуанкаре. При этом предлагается два метода для доказательства существования этого объекта. Первый имеет комбинаторный характер, а второй основан на интегральных оценках в функциональных пространствах.

Основные результаты диссертации опубликованы в 5 статьях и 7 тезисах, из них 2 работы в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК, и апробированы на научных семинарах и конференциях в Новосибирске, Томске, Кемерово и Красноярске. Автореферат правильно и полно отражает структуру и содержание диссертации. Все результаты диссертации А.А. Казанцевой являются новыми и имеют полные строгие доказательства. Результаты, полученные в диссертации представляют теоретический интерес в связи с их возможным существенным использованием в развитии многомерного комплексного анализа,

геометрической теории функций на римановой поверхности, алгебраической теории чисел, математической физики и комплексной алгебраической геометрии. Они могут найти применения в ПОМИ РАН (Санкт-Петербург), ИМ СО РАН (Новосибирск), СФУ, Московском, Новосибирском, Казанском и Кемеровском университетах.

В качестве замечаний отметим следующее:

- 1) в предварительных сведениях нужно было привести теорему о свободных точках в дивизорах, что существенно облегчило бы чтение диссертации;
- 2) имеется немного опечаток в тексте диссертации;
- 3) в ряде страниц на месте тире должны стоять дефисы.

Эти замечания имеют технический характер и не влияют на результаты диссертации. В целом диссертационная работа оформлена хорошо.

Считаю, что диссертационная работа А.А. Казанцевой соответствует специальности 01.01.01 (вещественный, комплексный и функциональный анализ), и удовлетворяет всем требованиям п.9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней", а ее автор Казанцева Алена Алексеевна, несомненно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв составлен доктором физико-математических наук, профессором, заведующим кафедрой прикладной математики СибГАУ Константином Владимировичем Сафоновым.

Отзыв обсужден на научном семинаре (руководитель К.В. Сафонов) на кафедре прикладной математики Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева, Красноярск, от 08 декабря 2014 года, протокол № 4.

Д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой
прикладной математики СибГАУ, г. Красноярск

К. В. Сафонов

Адрес: 660014 г. Красноярск, проспект имени газеты «Красноярский» рабочий, д. 31, СибГАУ.

Моб. тел.: +7913-524-4101.

E-mail: safonovkv@rambler.ru

