

Федеральное государственное бюджетное  
учреждение науки

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ**  
**им. С.Л. Соболева**  
**Сибирского отделения**  
**Российской академии наук**  
**(ИМ СО РАН)**

630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4  
Для телеграмм: Новосибирск, 90, Математика  
Тел.: (8-383) 333-28-92. Факс: (8-383) 333-25-98  
E-mail: im@math.nsc.ru

29.11.2018 № 250-2-35<sup>2</sup>

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ:

Директор ИМ СО РАН,  
доктор физико-математических наук,  
профессор, академик РАН  
Гончаров Сергей Савостьянович



**ОТЗЫВ**

ведущей организации – Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук – на диссертацию Жамбаа Сонинбаяра «Численная реализация метода П. П. Куфарева определения констант в интеграле Шварца-Кристоффеля» по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Первые попытки построения приближенных конформных отображений были основаны на экстремальных свойствах функций, отображающих заданные области на единичный круг. Еще в двадцатые годы прошлого столетия Карлеманом, Сеге, Бохнером, Бергманом, Смирновым были построены отображающие функции на основе полиномов, ортогональных на контуре или в области. Это уже были конкретные примеры отображения сложных областей.

Позже в тридцатые годы такая работа была продолжена в институте математики и механики ЛГУ Г.М. Голузиным, Л.В. Канторовичем, В.И. Крыловым, П.Ф. Фильчаковым и другими математиками. Однако по-настоящему широкое применение приближенные методы комплексного анализа получили с появлением электронной вычислительной техники. Теперь уже можно было решать задачи выраженной практической направленности, не ограничивая себя простыми формами отображаемых областей.

В приближенных подходах любую криволинейную границу вполне возможно аппроксимировать ломаной линией с малым размером прямолинейного отрезка. Такое понимание задач, связанных с построением отображений, делает формулу Шварца-Кристоффеля практически универсальной. Однако сама по себе эта формула не решает задачи построения

конформного отображения. Она содержит параметры, связь которых с координатами вершин многоугольника заранее не известна. Метод П.П. Куфарева сводит задачу нахождения этих параметров к более простой задаче решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом матричная форма реализации этого метода делает формулу Шварца–Кристоффеля практически востребованной в случаях, когда граница физической области является достаточно сложной и другие методы не позволяют построить простое решение исходной задачи. Все это делает работу соискателя актуальной и имеющей практические приложения.

В первой главе дан исторический обзор, посвященный численным методам построения конформных отображений, в том числе методу П.П. Куфарева.

Во второй главе описан используемый метод для отображений со смешанной нормировкой: задача нахождения параметров сводится к задаче последовательного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями Коши. Решен вопрос о численном интегрировании такой системы с сингулярностью в области начальных данных. Система дифференциальных уравнений преобразована к матричному виду, используемому для написания вычислительной программы в пакете MatLab.

В третьей главе представлена численная реализация метода для случая, когда граница многоугольника содержит бесконечно удаленную точку. Также представлена авторская программа, позволяющая увидеть геометрию отображения – образы линий уровня. Далее, дан ряд примеров построения отображения, тестирующий рассматриваемый метод и представленные алгоритмы. Все авторские программы в работе имеют компактный, удобный для чтения вид. Для двух примеров результат сравнивается с аналитическим решением. Решена одна задача гидродинамики с помощью описанных программ.

В четвертой главе решается задача построения отображения из полуплоскости на ограниченный многоугольник. Для этого случая написана еще одна программа в MatLab. Вопрос сходимости к нужному ядру решается выбором подходящей нормировки. Разработанный подход проиллюстрирован на примерах. Описывается также авторская программа, используемая в работе для вычисления интеграла Шварца–Кристоффеля.

В пятой главе решаются прикладные задачи о конвекции и адвекции в потенциальном потоке, сводящиеся к построению конформных отображений. Проблема нахождения параметров отображения решается с помощью разработанной в диссертации техники.

Работа является законченным исследованием. Текст диссертации тщательно отработан по нормам современного математического описания научных результатов.

Новой является предложенная автором матричная форма реализации метода П.П. Куфарева, позволяющая строить предельно простые программы для численного решения широкого круга задач прикладной направленности. Построенные решения всех прикладных задач принадлежат лично автору. Причем решения получаются быстро и с большой точностью, и всегда представляют реальную картину физического процесса. Полученные автором результаты могут быть использованы при чтении курсов по численным методам комплексного анализа.

Достоверность основных положений и выводов подтверждается сравнением данных вычислений с решениями задач об отображениях, имеющих точные аналитические решения. Эти сравнения показывают высокую точность совпадения результатов.

Полученные в диссертации данные могут найти применение в теории дифференциальных уравнений, а также в механике и теплофизике.

По работе имеются следующие замечания:

1. Обзорная часть работы могла бы содержать существенно больше ссылок на работы современных авторов, строящих приближенные конформные отображения.

2. Не описана численная процедура интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений для прообразов вершин многоугольника.

3. Ничего не говорится об отображениях гладких областей на верхнюю полуплоскость, либо о точности расчетов в случае их аппроксимации ломаными линиями.

Эти замечания не имеют принципиального характера и не снижают ценности диссертации.

Все основные результаты строго обоснованы, отражены в научных публикациях и представлены на конференциях. В автореферате диссертации полно и правильно изложено ее содержание.

В работе сочетаются методы комплексного анализа, дифференциальных уравнений, механики и численные методы. Публикации, выступления с докладами и представленная диссертация свидетельствуют о том, что С. Жамбаа сформировался как специалист, способный самостоятельно преодолевать исследовательские трудности. Диссертацию С. Жамбаа можно рассматривать как законченную научно-квалификационную работу, в которой развивается метод решения актуальной задачи построения конформного отображения, имеющей значение для развития комплексного анализа (что соответствует п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней»). Результаты

диссертации могут быть использованы специалистами в области теории функций комплексного переменного.

Диссертация С. Жамбаа соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 (в редакции от 01 октября 2018 г.), предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук. Соискатель заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв на диссертацию С. Жамбаа обсужден и одобрен на заседании лаборатории дифференциальных и разностных уравнений Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН 26 ноября 2018 г., протокол № 5.

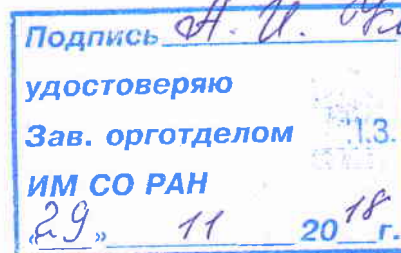
Главный научный сотрудник  
лаборатории дифференциальных  
и разностных уравнений  
Института математики  
им. С.Л. Соболева СО РАН  
доктор физико-математических наук  
(01.01.02 – Дифференциальные уравнения)  
профессор



Кожанов Александр Иванович

Сведения об организации:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт математики им. С.Л. Соболева  
Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 4;  
тел.: (383) 333 28 92; e-mail: im@math.nsc.ru; http://math.nsc.ru



И.З. Киндалева