

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Фёдоровой Екатерины Александровны «Исследование математических моделей RQ-систем в условии большой загрузки», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

**Актуальность темы исследования.** В реальных телекоммуникационных системах часто присутствует эффект повторных вызовов, когда заявки, пришедшие в систему и обнаружившие линию занятой, не теряются, а происходит задержка в их обслуживании. Классические системы массового обслуживания (СМО с потерями и СМО с ожиданием) не могут служить математическими моделями данных систем. В связи с этим стали выделять новый класс систем массового обслуживания – системы с повторными вызовами (RQ-системы), в которых заявки, пришедшие в систему и обнаружившие прибор занятым, не покидают систему, а идут в источник повторных вызовов и после случайной задержки вновь пытаются занять прибор для обслуживания.

Исследование RQ-систем является актуальным научным направлением. В большинстве работ при исследовании используются численные методы решения систем уравнений, описывающих рассматриваемые системы или методы имитационного моделирования. Аналитические же результаты получены в более простых предположениях, например, при простейшем входящем потоке заявок.

### Полученные результаты.

В диссертации Фёдоровой Е.А. предложены аналитические методы исследования различных моделей RQ-систем (в том числе с входящим ММРР-поток и произвольно распределенным временем обслуживания), что, безусловно, делает это научное исследование весьма актуальным.

В главе 1 проведено исследование следующих RQ-систем в условиях большой загрузки, когда  $\frac{\lambda}{\mu} = \rho \uparrow 1$ : M/M/1, M/G1/1 с непрерывной компонентой непрерывной компонентой, ММРР/M/1 с марковизированием дискретной компонентой и компонентой ММРР/ G1/1 с марковизированием одной дискретной и одной непрерывной компонентами. Получен главный член асимптотического разложения характеристической функции числа заявок в ИПВ  $h(u)$  и доказаны соответствующие теоремы. Проведено сравнение с допределными распределениями близости этой характеристической функции и найдены области достаточной близости асимптотического разложения характеристической функции с ее допределными распределениями.

В главе 2 решается для исследованных систем задача увеличения точности аппроксимации в виде получения асимптотики более высокого порядка. Для тех же систем массового обслуживания получен второй член асимптотического разложения характеристической функции  $h(u)$  числа заявок в ИПВ.

Из результатов главы 2 следует эффективность асимптотики 2-го порядка. Однако было показано, что асимптотика 3-го порядка существенно не расширяет области применения метода. В главе 3 разработан метод моментов для аппроксимации распределения числа заявок в ИПВ для RQ-систем M/M/1 и MMRP/M/1, который позволяет получать эффективные результаты для более широкого спектра загрузки системы. Для этого предлагаются квазигеометрическая и гамма аппроксимации. Исследование указанных систем проводится методом моментов с целью нахождения моментов первого и второго порядков распределения вероятностей числа заявок в ИПВ. С помощью найденных моментов строятся гамма и квазигеометрическая аппроксимации распределения вероятностей числа заявок в ИПВ. Приведены результаты расчетов, показывающих существенное улучшение точности нахождения искомого распределения.

В главе 4 разработаны численные методы и комплекс программ исследования RQ-систем в допредельном случае.

**Новизна результатов проведенных исследований.** Новизна результатов диссертационной работы Фёдоровой Е.А. заключается в следующем: 1) исследовании RQ-систем с входящим пуассоновским потоком и MMRP-потоком и неэкспоненциальным обслуживанием заявок на приборе; 2) разработке модифицированного метода асимптотического анализа для исследования RQ-систем в условии большой загрузки, 3) разработке аппроксимационных методов, позволяющий получить основные характеристики исследуемых процессов в RQ-системах (характеристических функций и распределений числа заявок в ИПВ).

**Степень достоверности результатов проведенных исследований** подтверждается строгим математическим аппаратом с использованием методов теории вероятностей, случайных процессов, теории массового обслуживания, дифференциального и интегрального исчисления. Совпадение результатов исследования частных случаев рассматриваемых систем с известными ранее (например, с полученными Фалиным Г.И. в частном случае для RQ-систем с простейшим входящим потоком), является косвенным дополнительным подтверждением достоверности и обоснованности используемых в работе методов.

**Теоретическая значимость работы** заключается в развитии теории систем с повторными вызовами в условиях большой загрузки для произволь-

ных распределений длительностей обслуживания, получении целого ряда новых результатов для характеристических функций и распределений числа заявок в ИПВ 4 конкретных RQ-систем (M/M/1, M/G1/1, MMPP/M/1, MMPP/G1/1)

**Практическая значимость работы** заключается в возможности использования результатов настоящей диссертации (а именно, аналитических формул и методов аппроксимаций) для вычисления основных характеристик функционирования и оптимизации реальных компьютерных сетей (управляемых протоколами случайного множественного доступа), сетей сотовой связи и др.

**Использование результатов работы.** Результаты работы могут быть использованы в различных приложениях теории массового обслуживания для расчета вероятностных характеристик и оптимизации информационно-телекоммуникационных систем, сетей сотовой связи, а также для анализа сложных технических систем.

Совокупность представленных в ней результатов можно классифицировать как актуальное научное исследование. Основное содержание диссертации достаточно полно отражено в 23 публикациях, в том числе 5 статей в журналах, входящих в Перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК для опубликования основных научных результатов печатных изданиях. Основные результаты апробированы на международных и Всероссийских конференциях.

Автореферат правильно и в достаточной мере отражает содержание диссертационной работы.

Хочу также отметить следующие моменты:

1. Стр. 55, в заголовке 1.4. после «марковизированием» лучше «одной дискретной и одной непрерывной компонентами».
2. Стр. 59, стоит отметить, что в теоремах 1.2 и 1.4 асимптотические характеристические функции  $h(u)$  числа заявок в ИПВ, даваемые формулами (1.22) и (1.69) совпадают, но их параметры  $\alpha$  и  $\beta$  существенно различаются.
3. Стр. 66. Как справедливо отмечает диссертант «для рассматриваемой системы MMPP/ G1/1 в научной литературе неизвестны аналитические формулы для вычисления допредельного распределения распределения вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов (ИПВ)», поэтому получение им асимптотических формул для этого распределения является несомненно важным результатом.
4. Полученные в гл. 1 и 2 асимптотические результаты являются асимптотическими разложениями в смысле Пуанкаре.

5. Вместе с тем имеются определенные погрешности:

- стр. 46, 11 строка сверху, пропущено слово «случаем»,
- стр. 55, 4 строка снизу, пропущена буква «к»,
- стр. 10, (13 снизу) написано Фалиным, а надо Фалина,
- стр. 6, (11 строка снизу), стр. 9 (12 строка снизу) слово «ученые»

написано с двумя «н»,

- стр. 6, (8 строка снизу) написано «В.В. Рыков [25]», а его вообще нет в литературе,

- список использованной литературы составлен несколько неудачно, например, «Дальнейшее развитие ТМО получила в 40-50 годах в работах... А.А. Боровкова [2]», в действительности его работы опубликованы в 1972, 1980 г.г., там же А.Я. Хинчин [73], на самом деле [75], Neuts [126], на самом деле [127, 128], D.M. Lucantoni [119], на самом деле [122], Степанов С.Н. [137], на самом деле [66, 67] и т.д.

Однако указанные погрешности ни в коей мере не снижают общую большую ценность диссертационной работы Фёдоровой Е.А.

**Общее заключение.** Считаю, что диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, а ее автор, Федорова Е.А., несомненно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент, доктор технических наук, доктор физико-математических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет путей сообщения», институт управления и информационных технологий, кафедра «Автоматизированные системы управления», профессор

Ивницкий Виктор Аронович

10 марта 2015 г.

127994, ГСП-4, Москва, ул.Образцова, 9 стр. 9.

Тел: +7(495) 684-24-10,

E-mail: [ivnitsky.viktor@vniizht.ru](mailto:ivnitsky.viktor@vniizht.ru)

