“УТВЕРЖДАЮ”
Проректор по научной работе
федерального государственного
бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Новосибирский государственный
технический университет»,
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки
Российской Федерации

_______________ А. Г. Вострецов

“_31_” января 2018 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации Гончаровского Михаила Михайловича “Построение дифференциальных инвариантов и классификация пространств решений дифференциальных уравнений квантовой теории поля”,
представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – Теоретическая физика

Рассматриваемая диссертационная работа посвящена некоторым аспектам проблемы построения точных аналитических решений дифференциальных уравнений, использующихся в квантовой теории поля и других разделах теоретической физики. Точные решения представляют как общетеоретический, так и сугубо прикладной, технический интерес. Особое прикладное значение они имеют для активно развивающихся в последние десятилетия непертурбативных методов, необходимых для анализа квантовых эффектов в интенсивных электромагнитных полях, при устранении расходимостей в квантовой теории поля в не асимптотически плоских гравитационных полях, в неабелевых калибровочных теориях. Теоретическая важность точных решений обусловлена их значением для понимания качественного поведения и внутреннего механизма сложных, в особенности нелинейных явлений. Указанные обстоятельства определяют актуальность диссертационной работы.

Хорошо известно, что интегрируемость дифференциального уравнения тесно связана со свойствами его симметрии относительно геометрических и более общих преобразований переменных. Этим обусловлена общая направленность диссертационного исследования, основным инструментом которого выступают алгебры симметрий уравнений и их представления.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Общий объём работы – 113 страниц, библиографический список содержит 110 источников.

Во введении обосновывается актуальность работы, приводится её краткое содержание и список положений, выносимых на защиту.

Первая глава носит обзорный характер, в ней приведены необходимые сведения из теории орбит коприсоединённого представления (К-орбит) и инвариантных операторов, теории дифференциальных инвариантов и изложены основы гармонического анализа на однородных пространствах.

Во второй главе рассматриваются интегродифференциальные уравнения с интегральной нелинейностью специального вида, допускающие точные решения в классе квадратично интегрируемых функций. В первом параграфе исследуются точные решения уравнения в евклидовом пространстве с линейной частью типа уравнения Шрёдингера. Во втором и третьем параграфах тот же подход применяется к уравнениям на группах Ли и однородных пространствах соответственно.

В третьей главе обсуждается проблема построения точных решений линейных полевых уравнений, обладающих некоторой алгеброй операторов симметрии. В § 3.1 показано, что каждому решению инвариантного линейного уравнения можно сопоставить определённый тип К-орбит группы симметрии этого уравнения. Подпространства пространства решений предлагается таким образом классифицировать по типам орбит. Соотношения, определяющие принадлежность решения к тому или иному подпространству, имеют вид дифференциальных ограничений и могут поэтому быть использованы для редукции уравнения и явного построения частных решений. На основе известных классификаций перечислены алгебры Ли до размерности шесть включительно, допускающие такую редукцию. В следующих двух параграфах приводятся примеры редукции для конкретных алгебр. В § 3.3 семейство частных решений уравнения Клейна – Гордона на многообразии с шестимерной неразрешимой группой движений выражено в специальных функциях.

В четвёртой главе предлагается новый метод нахождения базисов дифференциальных инвариантов и операторов инвариантного дифференцирования групп преобразований в важном для физических приложений частном случае проецируемых действий. Метод привлекателен с технической точки зрения, поскольку даёт возможность свести задачу построения инвариантов к решению сравнительно более простой системы уравнений, чем в других известных подходах. Кроме того, в § 4.2 описана взаимосвязь между инвариантными операторами и операторами инвариантного дифференцирования, позволяющая находить последние алгебраически, в то время как стандартный метод, применяемый в групповом анализе дифференциальных уравнений, требует решения уравнений в частных производных.

В заключении подводятся итоги работы, перечисляются выносимые на защиту результаты и кратко очерчиваются смежные нерешённые задачи.

Основные результаты диссертационной работы сформулированы в виде корректно доказанных теорем и опубликованы в рецензируемых научных журналах. Достоверность результатов, таким образом, обеспечивается использованием при их получении строгих математических методов, в частности, теории групп и алгебр Ли, теории представлений групп и дифференциальной геометрии, а также подтверждается внутренней согласованностью и конкретными примерами.

Из замечаний к диссертации общего характера отметим следующее. Вызывает возражение некорректное утверждение автора на четвертой и пятой страницах автореферата о весьма ограниченных успехах в применении метода обратной задачи в смысле установления гамильтоновых структур, наличия солитонных решений и бесконечного числа обобщенных симметрий для многомерных (с числом независимых переменных больше двух) интегрируемых нелинейных уравнений. На самом деле это не так, автору должны быть известны соответствующие результаты по известным (1+2)-мерным интегрируемым нелинейным уравнениям, таким как уравнения Кадомцева-Петвиашвили, Дэви-Стюардсона, Ишимори, Веселова-Новикова, двумерного интегрируемого обобщения уравнения синус-Гордон и т.д., содержащим нелокальные члены.

Наиболее существенные и принципиальные наблюдения по диссертации касаются второй главы. Изучаемое во второй главе диссертации нелинейное уравнение Шредингера (2.3) (обозначим для краткости это уравнение как *диссертации нелинейное уравнение Шредингера* – (дНУШ)) для волновой функции в координатном представлении весьма специфично и таково, что для волновой функции в импульсном представлении получается чисто линейное уравнение Шредингера с гамильтонианом, отличающимся от гамильтониана свободной частицы на квадрат модуля Фурье-образа волновой функции частицы в начальный момент времени. Таким образом, в импульсном представлении дНУШ, изучаемое в диссертации, является чисто линейным обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка. Строящиеся во второй главе точные решения дНУШ (2.3) представляют собой решения задачи Коши с начальными данными, соответствующими специально подбираемым в начальный момент времени волновым функциям, локализованным определенным образом в импульсном пространстве. В связи с отмеченным имеют место следующие конкретные замечания по результатам второй главы:

1. Построенная во второй главе диссертации общая формула (2.10) для решений задачи Коши с ограниченной нормой имеет вид специальной суперпозиции плоских волн, и не является N-солитонным решением в общепринятом смысле: суперпозицией N солитонов, локализованных в пространстве и движущихся с определенными скоростями. В диссертации приведен единственный явный пример «солитонного» решения, построенного для случая R^1 и являющегося решением бризерного типа с рациональной локализацией.

2. Для двумерного упоминаемого в диссертации «солитона» на плоскости автор не приводит никаких детальных формул, ограничиваясь лишь картинкой на рис. 2.2. Интересно, как эта картинка

получена, на основе визуализации точных аналитических формул для решений или численным интегрированием по множествам $M_j \in B_j$ в шарах B_j? Аналитическое описание двумерного объекта, как пример двумерного «солитона», стоило бы привести и тем более проиллюстрировать упругий характер взаимодействия строящихся двумерных «солитонов». Еще раз отметим, что утверждение автора на стр. 36 диссертации о якобы полученных в диссертации «солитонных» решениях является неверным, получена общая формула для точных решений задачи Коши уравнения (2.3) в виде суперпозиций плоских волн. Характер локализации этих решений в координатном представлении, за исключением самого простого одномерного случая, в диссертации явно не изучен и не прослежен.

3. Класс построенных точных решений (с ограниченной нормой) задачи Коши, дающихся формулой (2.10), имеет определенный интерес для рассматриваемого типа уравнения дНУШ и, возможно, исчерпывает его ограниченные решения в силу линеаризации данного уравнения в импульсном представлении. Подчеркнем, что рассматриваемое во второй главе дНУШ и его обобщение на случай уравнения с нелокальной нелинейностью на группах Ли и однородных пространствах носят экзотический характер; соответствующая линеаризация таких уравнений и связанная с нею возможность точного интегрирования, основаны на обычном коммутативном (некоммутативном) Фурье-анализе и мало что дают для действительного расширения классов точных локализованных решений для многомерных эволюционных интегро-дифференциальных уравнений. Однако развитие и применение методов некоммутативного интегрирования на случай уравнений с нелокальной нелинейностью на группах Ли и однородных пространствах с целью описания физических полей в искривленном пространстве-времени представляется весьма важным.

4. Во втором слагаемом в выражении для лагранжиана (см. формулу, предшествующую (2.13)) в подынтегральном выражении отсутствует соответствующий дельта-функционный множитель.

5. Доказательство полной интегрируемости уравнения (2.3) представляется весьма кратким и неполным. Весь пафос доказательства «сдувается» в силу отмеченной выше линеаризации дНУШ в импульсном представлении и, как следствие, тривиальных уравнений движения (2.18) в терминах переменных действие-угол, да и являются ли интегралы движения в форме (2.19) независимыми ввиду произвольности подыинтегральной функции $F(\bar{p}, S(\bar{p}))$? Интересно было бы привести для примера не два, а несколько (>3,4) независимых интегралов движения. Следовало бы прояснить смысл вполне полной интегрируемости уравнения дНУШ (2.3) в связи с отмеченной автором соответствующей группой симметрии. Представляет интерес вопрос о вполне полной интегрируемости и нелинейных уравнений (2.20), (2.21) с нелокальной нелинейностью на однородных пространствах. Последние замечания можно рассматривать как рекомендации на возможное продолжение исследований по рассматриваемой теме.

6. По главе 3 – хотелось бы получить ответ на вопрос о важности и возможных применениях вырожденных частных решений линейных дифференциальных уравнений в сравнении с невырожденными решениями; в связи с изложенной в главе 3 схемой их построения путем ограничения уравнения на определенные инвариантные относительно алгебры симметрии подпространства функций это стоило бы пояснить.

Сделанные замечания не снижают общей положительной оценки работы, проделанной автором и представляющей собой законченное научное исследование, свидетельствующее о достаточной квалификации и подготовленности автора. Результаты диссертации опубликованы в ведущих реферируемых научных изданиях, докладывались на различных конференциях, известны специалистам и цитируются. Автореферат в основном верно отражает содержание диссертации.

Заключение. Изложенное выше позволяет сделать вывод, что диссертационная работа Гончаровского Михаила Михайловича “Построение дифференциальных инвариантов и классификация пространств решений дифференциальных уравнений квантовой теории поля” соответствует всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям и изложенным в пунктах 9 – 14 действующего “Положения о присуждении учёных степеней”, а её автор, Гончаровский Михаил Михайлович заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – Теоретическая физика.

Отзыв составлен заведующим кафедрой прикладной и теоретической физики физико-технического факультета НГТУ, доктором физико-математических наук (01.04.02 – Теоретическая физика), профессором Владиславом Георгиевичем Дубровским.

Отзыв обсуждён и одобрен на заседании кафедры прикладной и теоретической физики физико-технического факультета НГТУ, Протокол № 1/18 заседания кафедры ПиТФ 24.01.18г.

Заведующий кафедрой
прикладной и теоретической физики
физико-технического факультета НГТУ,
доктор физико-математических наук,
профессор ____________ Владислав Георгиевич Дубровский

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» (НГТУ), 630073, г. Новосибирск, пр-т К. Маркса, 20; тел.: (383) 346-08-43, факс: (383) 346-02-09
www.nstu.ru E-mail: rector@nstu.ru

Дата: «_31_» _января_ 2018

Подпись Дубровского В.Г. заверяю
Нач ОК ИОН ______ Пустовалова О.Н.