

Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ
им. С. Л. Соболева
Сибирского отделения
Российской академии наук
(ИМ СО РАН)

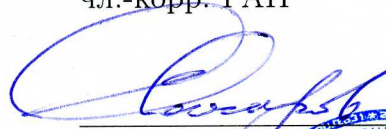
630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4
Для телеграмм: Новосибирск, 90, Математика
Тел.: (8-383) 333-28-92. Факс: (8-383) 333-25-98
E-mail: im@math.nsc.ru

12.08.2016 № *15302-2-2173*

На № _____ от _____

"УТВЕРЖДАЮ"

Врио директора ИМ СО РАН
чл.-корр. РАН



С.С. Гончаров

12 августа 2016 г.



ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию
Емельяновой Татьяны Вениаминовны

“Одноэтапные последовательные процедуры оценивания
параметров динамических систем”,

представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности

05.13.01 — системный анализ, управление и обработка информации
(в отраслях информатики, вычислительной техники и автоматизации)

Актуальность темы диссертации. В диссертационной работе Т.В. Емельяновой рассматриваются динамические системы с дискретным и непрерывным временем, подверженные действию случайных помех. В качестве моделей таких систем используются случайные процессы, описываемые стохастическими разностными и стохастическими дифференциальными уравнениями, включающими неизвестные параметры. Основной целью автора является разработка последовательных методов идентификации неизвестных параметров с гарантированной среднеквадратической точностью.

Особенностью последовательных процедур идентификации является выбор специальных правил остановки наблюдений, позволяющих определять объемы данных, требуемых для принятия решений с гарантированным качеством. Хорошо известно, что с помощью последовательных методов удалось получить решение многих проблем в теории идентификации, которые представлялись неразрешимыми в рамках

классической теории с фиксированной длительностью наблюдений. Теория последовательных методов для процессов с зависимыми значениями берет свое начало в работах А.А. Новикова, Р.Ш. Липцера и А.Н. Ширяева (непрерывное время), В.З. Борисова и В.В. Конева (дискретное время). Классические методы оценивания параметров в стохастических динамических системах позволили найти общие условия идентифицируемости многих важных для приложений моделей при асимптотических предположениях, что наблюдения могут продолжаться неограниченно долго. В практических задачах, при отсутствии возможности контролировать по ходу наблюдений точность оценок неизвестных параметров, обычно исходят из того, что асимптотические свойства процедур идентификации выполняются при малых и умеренных объемах данных. Однако это не всегда находит подтверждение, как показывают примеры.

Поскольку в приложениях построенные модели динамических систем служат для решения задач управления, фильтрации и прогнозирования, то тема диссертационной работы, имеющая целью повышения качества оценок неизвестных параметров системы, является актуальной и представляет большой интерес. Диссертация продолжает цикл исследований по проблеме построения оценок параметров динамических систем с дискретным и непрерывным временем с гарантированной точностью на основе методов последовательного анализа.

Общая характеристика диссертации. Основная задача работы заключается в построении и анализе одноэтапных последовательных процедур оценивания параметров динамических систем. Известные в литературе общие методы гарантированной идентификации, позволяющие оценивать с заданной среднеквадратической точностью произвольное конечное число неизвестных параметров, реализуются достаточно сложно с помощью двухэтапных процедур, требующих вычисления системы случайного числа последовательных оценок наименьших квадратов со специальными правилами остановки наблюдений. В настоящей диссертационной работе исследуется вопрос об упрощении структуры последовательных оценок при наличии некоторой априорной информации об области параметров стохастических уравнений.

Остановимся кратко на содержании представленной диссертации.

Во введении автор дает краткую историческую справку, определяет цели исследования, описывает основные результаты, вынесенные на защиту.

Основные результаты диссертации можно разделить на три группы.

К первой группе относятся теоремы для одноэтапной последовательной процедуры оценивания параметров $(\theta_1, \dots, \theta_p)$ непрерывного устойчивого процесса авторегрессии произвольного конечного параметра $p \geq 2$, задаваемого стохастическим дифференциальным уравнением

$$dx_t^{(p-1)} = (\theta_1 x_t^{(p-1)} + \dots + \theta_p x_t) dt + \sigma dW_t, \quad (1)$$

где W_t — стандартный процесс броуновского движения, с начальным условием $x_0 = \xi$. Для построенного в работе одноэтапного последовательного плана идентификации доказаны теоремы, устанавливающие поведение асимптотической средней длитель-

ности процедуры и среднеквадратической точности с ростом параметра, определяющего момент остановки процедуры.

Ко второй группе результатов относятся теоремы для одноэтапных последовательных оценок параметров тригонометрического сигнала

$$S_t = \alpha_0 + \sum_{l=1}^r (\alpha_{l1} \cos(\omega_l t) + \alpha_{l2} \sin(\omega_l t)) \quad (2)$$

по наблюдениям

$$X_t = S_t + \xi_t$$

с аддитивным шумом ξ_t , задаваемым процессом Орнштейна-Уленбека:

$$d\xi_t = \lambda \xi_t dt + dW_t \quad (3)$$

с неизвестным мешающим параметром λ . Устанавливаются формулы для средней длительности последовательной процедуры, представляющей собой оценку МНК, вычисленную в момент остановки наблюдений, определяемый на основе выборочной информационной матрицы Фишера. Получены формулы для среднеквадратической точности оценок.

К третьей группе результатов относятся теоремы о свойствах одноэтапной последовательной процедуры оценивания дискретного тригонометрического сигнала

$$S_n = \mu_1 + (-1)^n \mu_2 + \sum_{i=1}^r (\beta_{j1} \cos(\omega_j n) + \beta_{j2} \sin(\omega_j n))$$

по наблюдениям процесса

$$x_n = S_n + \xi_n, \quad (4)$$

где шумовой процесс ξ_n является устойчивым процессом авторегрессии p -го порядка

$$\xi_n = \lambda_1 \xi_{n-1} + \dots + \lambda_p \xi_{n-p} + \varepsilon_n \quad (5)$$

с неизвестными мешающими параметрами λ_i . Проведено исследование средней длительности предлагаемой процедуры, получены оценки для среднеквадратической точности.

В первой главе диссертации предлагается одноэтапная последовательная процедура оценивания параметров процесса (1) в случае $p \geq 2$. Отличие этой процедуры от классической оценки максимального правдоподобия заключается в замене детерминированного момента прекращения наблюдений на случайный. Показывается, что если момент остановки строить с помощью выборочной информационной матрицы Фишера

$$M_T = \int_0^T X_s X_s' ds,$$

то результирующий последовательный план позволяет контролировать точность оценок в момент остановки. Предлагаемая конструкция одноэтапного последовательного плана в случае авторегрессии первого порядка совпадает с последовательным планом, предложенным в известных работах А.А. Новикова, Р.Ш. Липцера и А.Н. Ширяева. Анализ свойств последовательного плана потребовал, в частности, равномерной по θ оценки скорости убывания четвертого момента $E_\theta \|\frac{M_T}{T} - F\|^4$ с ростом T . Вывод формул для длительности процедуры и среднеквадратической точности оценок проводится на основе стохастического исчисления Ито.

В заключительном параграфе 1.5 главы 1 представлены результаты экспериментального моделирования свойств предлагаемой последовательной процедуры на примере устойчивого процесса $AR(2)$

$$dx_t = (\theta_1 x_t + \theta_2 x_t)dt + dW_t.$$

Приводятся оценки спектральной плотности этого процесса, полученные с помощью последовательной процедуры. Показывается, что при достаточно большом пороге H , определяющем длительность процедуры, наблюдается удовлетворительное согласие теоретических и экспериментальных свойств, связанных с длительностью наблюдений и точностью оценок.

Во второй главе диссертации автор применяет одноэтапную последовательную процедуру из главы 1 для решения задачи гарантированного оценивания тригонометрического полинома в модели с зависимыми шумами (2), (3). Хотя общий вид одноэтапной последовательной процедуры сохраняется, исследование ее свойств приходится проводить заново, учитывая существенное изменение структуры информационной матрицы Фишера. Основными результатами этой главы являются формулы для средней длительности процедуры и для среднеквадратической точности оценок. В разделе 2.4 представлены результаты численного моделирования одноэтапной последовательной процедуры на примере восстановления функции

$$S_t = a_1 \cos(\pi t) + a_2 \sin(2\pi t)$$

по наблюдениям с аддитивным шумом Орнштейна-Уленбека с мешающим параметром.

В третьей главе диссертации строится одноэтапная последовательная процедура оценивания параметров тригонометрического сигнала в модели с дискретным временем (4), (5). Цель автора — доказательство формул для средней длительности процедуры и среднеквадратической точности. Теоретический анализ проводится в предположении, что распределение помех в (5) и мешающие параметры λ_i неизвестны. Это потребовало использования другой техники при выводе основных формул, определяющих качество процедуры идентификации.

Доказанные в диссертации теоремы демонстрируют возможности одноэтапных последовательных процедур для построения моделей динамических систем с дискретным и непрерывным временем с гарантированным качеством.

Процедуры применимы для идентификации различных динамических систем, позволяют гарантированно оценивать спектры случайных процессов, восстанавливать тригонометрические сигналы, наблюдаемые на фоне аддитивных зависимых шумов с мешающими параметрами. Эти результаты представляют несомненный математический и прикладной интерес.

По диссертации имеется несколько критических замечаний. Мы не будем останавливаться на опечатках и мелких неточностях — их число сравнительно невелико. Остановимся на ряде принципиальных моментов.

1. Не исследован вопрос об асимптотическом распределении предложенной одноэтапной оценки. Известные по литературе результаты об асимптотической нормальности двухэтапной последовательной процедуры в данном случае не применимы, поскольку предлагаемая последовательная процедура имеет свой момент остановки наблюдений. Имело бы смысл, хотя бы с помощью моделирования, проверить предлагаемую оценку на нормальность.

2. В разделе 1.5 главы 1 приводятся оценки спектра двумерного процесса $AR(2)$, получаемые путем подстановки последовательных оценок в спектральную плотность на место неизвестных параметров. Хотя численная реализация показывает, что оценка спектральной плотности вполне удовлетворительна, вопрос о теоретической оценке близости спектральных плотностей не рассматривается.

3. Во всех рассматриваемых моделях динамических систем неизвестные параметры входят в уравнение процесса линейно. Вопрос о возможности использования одноэтапных оценок для идентификации нелинейных параметров динамических систем путем линеаризации структурных функций системы относительно параметров нигде не обсуждается.

Указанные замечания не влияют на положительную оценку диссертации в целом. Диссертационная работа выполнена на достаточно высоком научном уровне. Автором получен ряд новых результатов, представляющих интерес в теории идентификации динамических систем, описываемых стохастическими дифференциальными и стохастическими разностными уравнениями. Все результаты диссертации обоснованы полными доказательствами. По теме диссертации имеется 9 публикаций, из них 3 статьи в журналах из списка изданий, рекомендованных ВАК. Результаты исследований докладывались на международных и всероссийских научных конференциях. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Полученные результаты могут в дальнейшем применяться в научных исследованиях в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, в Новосибирском государственном университете, в Томском государственном университете, в Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, в Институте динамики систем и теории управления СО РАН и др.

Представленная диссертация удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.01 — Системный анализ, управление и обработка информации (в отраслях информатики, вычислительной техники и автоматизации), и ее автор, Емельянова Татьяна Вениаминовна, несомненно заслуживает присуждения

указанной степени.

Отзыв обсужден на заседании лаборатории дифференциальных и разностных уравнений Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук 11 августа 2016 г.

Отзыв подготовил главный научный сотрудник лаборатории дифференциальных и разностных уравнений, доктор физико-математических наук по специальности 05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Александров



Александров Владимир Михайлович

Подпись *В.М. Александрова*
удостоверяю
Зав. орготделом *Л.П. Голубкина*
ИМ СО РАН
«12» 08 2016 г.