

## ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ

на диссертацию Норбосамбуева Цырендоржи Дашацыреновича  
«Хорошие кольца формальных матриц, автоморфизмы алгебр формальных матриц  
и системы формальных уравнений», представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

В диссертационной работе проведено систематическое исследование ряда вопросов теории колец формальных матриц. Основное внимание уделено  $k$ -хорошим формальным матрицам и кольцам таких матриц, автоморфизмам алгебр формальных матриц и системам формальных линейных уравнений. Следует отметить, что исследование колец формальных матриц (ещё их называют обобщёнными матрицами) привлекает в последнее время внимание многих специалистов. Тематика диссертации активно развивается во многих направлениях. В разное время о кольцах формальных матриц опубликовано порядка ста работ. Таким образом, данная диссертация посвящена актуальной в алгебре теме.

Диссертация содержит введение, четыре главы, заключение, список условных обозначений и список литературы. Во введении приводится краткий исторический обзор исследований вопросов, рассматриваемых в диссертации; перечисляются наиболее значимые результаты в данных областях.

Очень полезной и познавательной является первая глава. Она носит вводный характер. Приводятся некоторые нужные сведения из теории обычных матриц над коммутативным кольцом. Вводится кольцо формальных матриц порядка 2 и произвольного порядка  $n$ . Рассматривается один подкласс формальных матриц, играющих важную роль в работе, – матрицы над данным кольцом.

Вторая глава посвящена  $k$ -хорошим формальным матрицам и  $k$ -хорошим кольцам формальных матриц. Есть также краткий экскурс в интересную историю исследования  $k$ -хороших колец. Теорема 2.1.1 даёт одно условие  $k$ -хорошести произвольного кольца формальных матриц. Раздел 2.2 содержит обобщение одной леммы Капланского, а именно, доказывается, что всякую формальную матрицу можно представить в виде суммы диагональной и обратимой матриц (теорема 2.2.1). В разделе 2.3 рассматриваются 2-хорошие диагональные формальные целочисленные матрицы второго порядка. Даже этот случай оказался непростым, что показывает основной здесь результат – теорема 2.3.1.

Третью главу нужно выделить особо. Она представляет содержательное исследование и является заметным вкладом в изучение автоморфизмов матричных колец. Автоморфизмам и разного рода другим линейным отображениям

матричных колец посвящена довольно обширная литература. Выяснение строения групп автоморфизмов колец, как правило, весьма трудная задача. Основные результаты главы – теоремы 3.5.1 и 3.5.2 при некоторых ограничениях дают полное описание группы автоморфизмов алгебры матриц над данным коммутативным кольцом. Доказывается, что эта группа является полупрямым произведением подгрупп с известным строением. Имеют большой интерес примеры алгебр формальных матриц порядков 3 и 4, приведенные в конце главы. Они попадают под действие отмеченных теорем.

В четвёртой главе автор вводит понятие системы формальных линейных уравнений по аналогии с обычными системами и решает ряд основных вопросов о таких системах. Большое значение при этом имеет наличие гомоморфизма из кольца формальных матриц в обычное кольцо матриц. В разделе 4.1 даётся определение ранга формальной матрицы с помощью понятия ранга по Маккою обычной матрицы над коммутативным кольцом. Приводятся его первичные свойства. В начале раздела 4.2 излагается история изучения систем линейных уравнений над различными кольцами. Теорема 4.2.1 даёт необходимое и достаточное условие существования решения однородной системы формальных линейных уравнений. Формулируется и доказывается аналог теоремы Крамера (теорема 4.2.2). Теоремы 4.2.3 и 4.2.4 содержат одно необходимое и соответственно достаточное условие наличия решения данной системы формальных линейных уравнений. В разделе 4.3 с помощью полученных в главе результатов доказывается, что односторонние делители нуля в кольце формальных матриц над данным коммутативным кольцом совпадают с двусторонними. Установлена также связь с определителем и рангом формальной матрицы. Это расширяет результат Маккою для кольца  $M(n, R)$ .

На основании изложенного можно сделать вывод, что диссертационная работа Ц. Д. Норбосамбуева содержит новые интересные результаты о кольцах формальных матриц. Они могут использоваться в различных исследованиях, как в области этой теории, так и в ряде других вопросов о кольцах. Могут также быть полезными развитые в ней подходы и методы.

Все основные результаты своевременно опубликованы, представлены на ряде математических конференций. Автореферат точно отражает содержание диссертации.

В период обучения в аспирантуре Ц. Д. Норбосамбуев проявил систематичность в научной работе и хорошие исследовательские качества. Одновременно он работал на кафедре алгебры в должности ассистента, вёл практические занятия по общему курсу «Алгебра». К преподавательской работе и кафедральным делам относится ответственно.

Считаю, что диссертация Норбосамбуева Цырендоржи Дашацыреновича «Хорошие кольца формальных матриц, автоморфизмы алгебр формальных матриц и системы формальных уравнений» удовлетворяет требованиям к диссертациям на соискание учёной степени кандидата наук, установленным п. 9 действующего «Положения о присуждении ученых степеней», а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Научный руководитель  
заведующий кафедрой алгебры  
федерального государственного автономного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский  
Томский государственный университет»  
(634050, г. Томск, пр. Ленина, 36; (3822) 52-98-52;  
rector@tsu.ru; www.tsu.ru),  
доктор физико-математических наук  
(01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел),  
профессор

27 сентября 2018 г.

Крылов Петр Андреевич

Подпись П. А. Крылова удостоверяю  
Ученый секретарь ученого совета ТГУ



Н. А. Сазонтова