



ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ



МЯСНИЦКАЯ УЛ., Д.20, МОСКВА, РОССИЯ, 101000, ТЕЛ: 8 (495) 771-32-32, ФАКС: 8 (495) 628-79-31, E-MAIL: HSE@HSE.RU, WWW.HSE.RU
ОКПО 17701729, ОГРН 1027739630401, ИНН/КПП 7714030726/770101001

УТВЕРЖДАЮ

Проректор НИУ ВШЭ
по научной работе



к.э.н. М. М. Юдкевич

« 30 » апреля 2014 года

№ _____

на № _____ от _____

ОТЗЫВ

ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

о диссертации И. А. Медных

«Голоморфные отображения римановых поверхностей и их дискретные аналоги»,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических
наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и
функциональный анализ

Первая глава диссертации носит обзорный характер. Пространство мероморфных функций на компактной римановой поверхности или, что то же самое, пространство голоморфных отображений этой поверхности на сферу Римана является фундаментальным объектом исследований классической комплексной и алгебраической геометрии. Голоморфные отображения римановых поверхностей в римановы поверхности положительного рода изучены в гораздо меньше степени, хотя свойства таких отображений важны для многих разделов математики и математической физики. Диссертация посвящена описанию голоморфных отображений римановых поверхностей малого рода в римановы поверхности рода два.

Всякая риманова поверхность рода 2 является гиперэллиптической, т.е. реализуется как двулистное разветвленное накрытие сферы Римана. Автоморфизмы римановой поверхности рода 2 определяются автоморфизмами сферы Римана, переводящими в себя 6 критических значений этого двулистного накрытия. Соответствующие автоморфизмы сферы Римана были

классифицированы Больцем (1888). Его классификация позволяет найти все отображения кривых рода 2 в себя.

Римановы поверхности рода 3, допускающие непостоянные голоморфные отображения на поверхности рода 2, также являются гиперэллиптическими. Это означает, в частности, что не всякая риманова поверхность рода 3 допускает непостоянное голоморфное отображение в риманову поверхность рода 2. С каждой такой поверхностью связана восьмерка точек на сфере Римана, определенная с точностью до дробно-линейных преобразований. Дробно-линейные автоморфизмы такой восьмерки точек определяют автоморфизмы соответствующей гиперэллиптической римановой поверхности. Таким образом, задача классификации голоморфных отображений римановых поверхностей рода 3 в римановы поверхности рода 2 сводится к изучению отображений гиперэллиптических римановых поверхностей, определяемых восьмерками точек, в гиперэллиптические римановы поверхности, определяемые шестерками точек. Изучение этих отображений требует тонкого анализа свойств групп симметрий соответствующих поверхностей. Такой анализ и составляет основную доказательную часть диссертации. В результате соискатель получает полную классификацию всех возможных голоморфных отображений римановых поверхностей рода 3 в римановы поверхности рода 2. Этому и посвящена вторая глава диссертации.

Третья глава посвящена изучению голоморфных отображений римановых поверхностей рода 4 в римановы поверхности рода 2. В этом случае геометрическая картина разветвленных накрытий усложняется. Накрытия разбиваются на два класса - регулярные (группа автоморфизмов которых транзитивно действует на листах накрытия) и нерегулярные. В регулярном случае задача классификации отображений сводится к изучению действий циклических групп порядка 2 и 3 на римановы поверхности рода 4. Это позволило (Такао Като, 1981 год) получить полную классификацию регулярных накрытий. В третьей главе диссертации найдены структурные теоремы, описывающие нерегулярные накрытия указанного вида.

Последняя глава диссертации посвящена построению дискретных аналогов некоторых классических теорем о голоморфных отображениях римановых поверхностей.

Исследование дискретных аналогов римановых поверхностей стало в последние годы весьма популярным направлением. Роль дискретных римановых поверхностей играют графы специального вида. Роль голоморфных отображений играют гармонические отображения графов. Дискретным аналогам гиперэллиптических римановых поверхностей отвечают графы со специальными свойствами. В диссертации исследуется вопрос, какими свойствами обладает граф, накрывающий гиперэллиптический граф.

Основные результаты диссертации И. А. Медных состоят в следующем:

1. Дана полная классификация типов голоморфных отображений кривых рода 3 на кривые рода 2. В частности, показано, что число таких типов отображений данной кривой не может превосходить трех, причем оценка является точной и служит принципиальным улучшением известных ранее оценок.

2. Установлено, что число голоморфных отображений кривой рода 3 на кривую рода 2 не превосходит 48. Описаны все случаи, для которых достигается верхняя оценка.

3. Получены структурные теоремы, описывающие нерегулярные голоморфные отображения кривых рода 4 на кривые рода 2.

4. Доказан дискретный аналог теоремы Акколы: граф, допускающий нерегулярное трехлистное неразветвленное накрытие графа рода 2, является гиперэллиптическим, тогда как граф, допускающий регулярное трехлистное неразветвленное накрытие, двулистно разветвленно накрывает граф рода 1.

Отметим некоторые недостатки диссертации.

Таблицу 3 на странице 75 стоит сделать более полной, включив в нее сведения, позволяющие отделить друг от друга различные случаи.

Ссылка на работу Фаркаша [18] на стр. 102, раздел 4.4, отсылает на самом деле к работе Иоланды Фуертес и должна быть, по-видимому, заменена на ссылку [14].

Встречаются излишние повторы общематематических определений. Определение римановой поверхности, например, приводится в диссертации трижды.

Впрочем, все эти мелкие недостатки носят технический характер и не влияют на полученные в диссертации результаты. Текст диссертации написан математически строго и прозрачно.

Результаты диссертации являются новыми, свидетельствуют о свободном владении автором как классическими методами теории римановых поверхностей и конечных групп, так и результатами современных исследований. Они могут быть интересны для математических факультетов университетов, таких как Высшая школа экономики, Новосибирский, Московский, Челябинский, Санкт-Петербургский, а также для математических институтов РАН. Все результаты диссертации своевременно опубликованы и доложены на многочисленных конференциях и семинарах. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Содержание диссертационной работы, ее научные положения и выводы являются достоверными, обоснованными и актуальными. Диссертация И. А. Медных «Голоморфные отображения римановых поверхностей и их дискретные аналоги» является законченным исследованием. Она полностью соответствует п. 7 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Медных Илья Александрович, несомненно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Декан факультета математики НИУ ВШЭ,
Председатель Ученого Совета,
д.ф.-м.н.



С.К.Ландо