

## ОТЗЫВ

официального оппонента, доктора физико-математических наук, доцента Чуприкова Николая Леонидовича на диссертацию Петрусевича Дениса Андреевича «Некоторые проблемы квантовой теории ориентируемых объектов», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – Теоретическая физика

Диссертационное исследование Петрусевича Д.А. посвящено развитию методов описания квантовой динамики ориентируемых объектов на основе теории представлений групп Ли, а также их применению к состояниям квантового ротатора и нахождению точных решений релятивистских волновых уравнений, в том числе бесконечнокомпонентных уравнений Майораны (Majorana).

Число работ, посвященных применению теоретико-групповых методов в теоретической физике, неуклонно растет. И связано это, в частности, с тем, что эти методы, базирующиеся на анализе состояний квантовых ориентируемых объектов в пространстве неприводимых представлений групп (НП), могут использоваться и том случае, когда стандартное описание с помощью волновой функции, как амплитуды вероятности, оказывается неэффективным. Например, стандартное квантовомеханическое описание одиночных релятивистских частиц реализовано в настоящее время только в рамках одночастичной теории Дирака для частиц со спином  $\frac{1}{2}$ . Причем логическая последовательность теории Дирака, как одночастичной теории, ставится под сомнение. В то же время теоретико-групповой анализ релятивистских волновых уравнений применяется для частиц с любым спином, включая полуцелый спин. В этом случае представляет интерес сравнить четырехкомпонентную теорию Дирака с теорией Майораны, которая реализует бесконечномерные унитарные НП группы Пуанкаре.

Естественный способ квантовомеханического описания квантового ориентируемого объекта основывается на введении волновой функции, зависящей не только от координат его центра масс, но и от дополнительных

переменных, описывающих его ориентацию. Набор пространственных и ориентационных переменных можно рассматривать при этом как элемент группы движений пространства, являющейся полупрямым произведением групп трансляций и вращений. Так, в случае жёсткого нерелятивистского ротатора в трехмерном евклидовом пространстве ориентация задается элементом группы вращений  $SO(3) \sim SU(2)$ , а в случае частицы со спином в  $2+1$  измерении – элементом группы Лоренца  $SO(2,1) \sim SU(1, 1)$ .

Заметим, что теоретико-групповой анализ свойств нерелятивистского жесткого ротатора, основанный на этой идее, был проведен еще в 30-е годы прошлого века. Длительную историю имеет также рассмотрение релятивистских полей, зависящих от дополнительных переменных, связанных со спином. Тем не менее, и в случае квантового ротатора, и, тем более, в случае релятивистских полей возможности теоретико-группового анализа далеко не исчерпаны. **Актуальность темы диссертации** Петрусевича Д.А. обусловлена тем, что автору удалось построить новые когерентные состояния (КС) квантового ротатора, как орбиты в пространстве неприводимых представлений группы  $SU(2)$ , а также получить точные решения релятивистских волновых уравнений (РВУ) для спиновых частиц в магнитном поле.

Диссертационная работа Петрусевича Д.А. состоит из введения, трёх глав, заключения, библиографии, содержащей 90 источников, и приложения.

Во **введении** кратко изложено содержание работы по главам, отражена актуальность работы, указана цель диссертационной работы.

В **первой главе** дан обзор литературы, посвященной исследованиям когерентных состояний (КС), а также исследованиям ориентируемых объектов в нерелятивистской и релятивистской квантовой теории.

Во **второй главе** построена система когерентных состояний квантового ротатора  $|j \text{ и } v\rangle$ , обладающих минимальной неопределённостью.

При описании ротатора обычно рассматриваются две системы отсчёта – лабораторная и локальная, связанная с самим ротатором. Имеются два вида преобразований – вращения лабораторной системы отсчета и вращения системы отсчета, связанной с ротатором. В подвижной системе отсчёта движение классического ротатора описывается уравнениями Эйлера.

Построенные в диссертационной работе КС ротатора имеют определённую проекцию  $j$  на подвижную ось, жёстко связанную с ротатором (она задается параметром  $\nu$ ), и на неподвижную ось (её положение задаётся параметром  $u$ ).

Для построенных КС рассмотрена эволюция во времени в системах с квадратичным по генераторам группы  $SO(3)$  гамильтонианом. Показано, что в общем случае КС со временем расплывается. Однако для аксиально-симметричного ротатора такого расплывания нет. Показано также, что правая часть квантовых уравнений на параметры КС ротатора отличается от уравнений Эйлера лишь численным множителем  $(2j-1)/2j$ . Это означает, что квантовые уравнения переходят в классические уравнения Эйлера при больших значениях углового момента  $j$ , а при малых  $j$  квантовый ротатор обладает более медленной прецессией, чем классический ротатор.

**В третьей главе** рассмотрены решения релятивистских волновых уравнений (РВУ), имеющих вид  $(\hat{p}_\mu \hat{S}^\mu - \kappa)\psi = 0$  в пространстве 2+1 измерений.

Конечнокомпонентные РВУ в пространстве 2+1 измерений (аналоги уравнений Бхаббы (Bhabha), и в частности, уравнений Дирака и Даффина-Кеммера) связаны с конечномерными неунитарными представлениями группы Лоренца  $SO(2,1) \sim SU(1,1)$ , а РВУ, аналогичные уравнениям Майораны в 3+1-мерном пространстве, связаны с бесконечномерными унитарными представлениями этой группы.

Предложена методика построения точных решений конечно- и бесконечнокомпонентных релятивистских волновых уравнений с внешними

полями, основанная на их записи через генераторы групп Ли и разделении пространственных и ориентационных переменных. Получены точные решения  $(2+1)$ -мерных аналогов уравнений Майораны и Бхаббы в постоянном однородном магнитном поле. Проведён анализ полученных решений. В частности, показано, что в случае конечнокомпонентных уравнений для спинов  $s > 1$  уровни энергии в сильных полях становятся комплексными, а в случае бесконечнокомпонентных уравнений Майораны спектр даже в сильных полях сходен со спектром уравнения Дирака. Для  $(2+1)$ -мерных уравнений Дирака и Майораны во внешнем электромагнитном поле проведено разложение по степеням  $1/c$  и показано, что различия между ними возникают при учёте членов порядка  $1/c^2$ .

**Достоверность** результатов и выводов диссертационной работы не вызывает сомнений, поскольку проведенные расчеты корректны, имеется соответствие результатов, полученных разными методами в тех случаях, когда это возможно, и, кроме того, имеется согласие полученных результатов в тех частных случаях, для которых имеются результаты других авторов.

**В заключении** сформулированы основные результаты и выводы. Они соответствуют заявленной цели исследования и отображают научную новизну и практическую значимость работы.

**В приложения** вынесен материал по теории представлений групп Лоренца и Пуанкаре в  $2+1$  измерении, по когерентным состояниям групп  $SU(2)$  и  $SU(1, 1)$ .

По материалам представленной работы можно сделать следующие замечания:

1. В качестве научной новизны указывается, что в диссертации «производится построение когерентных состояний ротатора и развиваются оригинальные методы в теории релятивистских волновых уравнений». Однако в разделе «Актуальность работы» не сказано ни



слова об актуальности построения таких состояний. Это тем более необходимо, поскольку существуют работы других авторов, посвященные построению КС квантового ротатора (и такие работы указаны в диссертации). Что касается того, что в работе «развиваются оригинальные методы в теории релятивистских волновых уравнений», то эта формулировка также слишком широкая. Вопрос о том, что является оригинальным в методах, предлагаемых автором, остался в ней не раскрытым.

2. В приложении 1, на стр. 118, плотность вероятности определяется по формуле (3.214)  $\bar{\psi}(x)\psi(x) = \psi^\dagger(x)\Gamma\psi(x)$ . При этом, в первой строке на этой же странице подчеркивается, что произведение  $\bar{\psi}(x)\psi(x)$  не является положительно-определенным. Как известно, в теории Дирака плотность вероятности – это  $\psi^\dagger(x)\psi(x)$ .
3. В работе имеются опечатки. Например, на стр. 27 в выражении для  $T_R(\omega(t))$  должно быть  $\hat{I}_\omega$ , а не  $\hat{J}_\omega$ ; неверно указаны ссылки (3.98) на стр. 79, (3.86) на стр. 81 и (3.62) на стр. 83; на стр. 89 дублируется одно и то же слово «группы» в 4-й строке сверху и слово «также» в 10 строке снизу.

Сделанные замечания не умаляют научной значимости проведенного автором исследования. Материалы диссертации опубликованы в авторитетных научных изданиях, в трудах российских конференций, в статьях в рецензируемых журналах из перечня ВАК РФ, докладывались на семинарах Лаборатории Ядерных Исследований им. Г.Н. Флерова Объединенного Института Ядерных Исследований (ЛЯР ОИЯИ), г. Дубна. Автореферат диссертации полностью и достоверно отражает её содержание.

Считаю, что диссертационная работа Петрусевича Д.А. «Некоторые проблемы квантовой теории ориентируемых объектов» является

законченным научным исследованием и по содержанию полностью соответствует требованиям п.9 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 г. №842, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук. Её автор, Петрусевич Денис Андреевич, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук по специальности 01.04.02 - теоретическая физика, доцент, профессор кафедры «Теоретическая физика», Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Томский государственный педагогический университет» (ТГПУ), 634061, г. Томск, ул. Киевская, 60, тел. (3822) 311-351, e-mail: chnl@tspu.edu.ru

**Чуприков Николай Леонидович**

Даю свое согласие на обработку персональных данных

