

## **ОТЗЫВ**

**официального оппонента**

**на диссертационную работу Задирановой Любови Александровны  
«Исследование математических моделей потоков в бесконечнолинейных  
СМО с повторным обслуживанием требований», представленную на  
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по  
специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ**

### *Актуальность темы исследования*

Теория массового обслуживания является адекватным математическим аппаратом для решения задач анализа и оптимизации функционирования различных социально-экономических и сложных технических систем, включая телекоммуникационные сети, центры обработки вызовов, системы управления транспортными потоками и т.д. Активное развитие этого раздела теории вероятностей обусловлено возросшими потребностями математического моделирования реальных систем. Учёт значительного числа разнообразных факторов и ограничений при моделировании этих систем вызывает необходимость исследования новых видов систем массового обслуживания.

В диссертационной работе автор рассматривает класс систем с повторным обслуживанием заявок. Несмотря на сложность исследования таких систем, автор делает существенный шаг в усложнении рассматриваемых моделей, отказываясь от предположений о том, что входящий поток является стационарным пуассоновским.

Таким образом, диссертационная работа Задирановой Л.А., посвященная разработке асимптотических методов исследования потоков (повторного и суммарного) обращений в бесконечнолинейных СМО с повторным обслуживанием требований, является актуальным научным исследованием.

### Содержание работы

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Список литературы включает 139 наименований. Общее число страниц диссертации – 150.

Во *введении* обосновывается актуальность выбранной проблематики, приводится обзор предшествующих исследований.

В *первой главе* проведено исследование математических моделей потока повторных и суммарных обращений в марковских СМО с повторным обслуживанием требований. Получена четырехмерная производящая функция числа занятых приборов и числа заявок суммарного потока обращений в бесконечнолинейную СМО с двумя блоками обслуживания, а также предложена экономико-математическая модель торговой компании в виде системы массового обслуживания с двумя обслуживающими блоками.

В параграфах 1.2.1, 1.2.2 построено асимптотическое приближение характеристических функций числа заявок потоков повторных и суммарных обращений в систему  $M|M|^\infty$  при условии растущего времени обслуживания заявок.

Во *второй главе* рассмотрены системы массового обслуживания с повторным обслуживанием требований с входящими марковским модулированным пуассоновским и рекуррентным потоками обращений. Получены гауссовские аппроксимации характеристической функции числа заявок в системе в момент времени  $t$ . Для системы  $MMPP|M|^\infty$  доказана теорема о виде асимптотического приближения характеристической функции  $h(u)$  третьего порядка. Проведено сравнение асимптотических и допредельных результатов, которые показали, что при переходе от асимптотики второго порядка к асимптотике третьего порядка область применимости метода асимптотического анализа увеличивается в два раза.

Далее в системах вида  $MMPP|M|_{\infty}$ ,  $GI|M|_{\infty}$  с повторным обслуживанием требований проведено исследование потока повторных обращений, в результате которого получены асимптотические характеристические функции числа заявок потока повторных обращений для каждой системы.

Отмечено, что вид полученных характеристических функций идентичен для всех рассматриваемых систем, а именно инвариантен относительно вида входящего потока и зависит только от его интенсивности.

*Третья глава* диссертации посвящена исследованию суммарного потока обращений. Доказано, что суммарный поток в исследуемых системах при условии растущего времени обслуживания, а также (для системы  $MMPP|M|_{\infty}$ ) при условии предельно частых изменений состояния входящего потока имеет распределение Пуассона с параметром  $\frac{\lambda r}{1-r}$ .

*В четвертой главе* представлены примеры численных алгоритмов для реализации методов нахождения начальных моментов и асимптотического анализа бесконечнолинейных систем с повторным обслуживанием требований, а также результаты имитационного моделирования исследуемых потоков в бесконечнолинейных СМО с повторным обслуживанием требований.

*В заключении* сформулированы основные теоретические и практические результаты исследования.

Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации.

Новизна полученных результатов. В диссертации Задирановой Л. А. получены следующие новые научные результаты:

- предложены и исследованы новые математические модели суммарного потока и потока повторных обращений в бесконечнолинейных СМО вида  $MMPP|M|_{\infty}$ ,  $GI|M|_{\infty}$  с повторным обслуживанием требований;
- разработана модификация метода асимптотического анализа для исследования суммарного потока и потока повторных обращений в

бесконечнолинейных СМО вида  $MMPP|M|_{\infty}$ ,  $GI|M|_{\infty}$  с повторным обслуживанием требований;

- найден вид асимптотической характеристической функции числа заявок, поступивших за время  $t$  в суммарном и повторном потоках обращений в систему, при условии растущего времени обслуживания заявок в системе, а также (для системы  $MMPP|M|_{\infty}$ ) при условии предельно частых изменений состояния входящего потока.

Безусловно, положительным моментом работы является применение предложенных в диссертации моделей к исследованию прикладных задач на примере исследования математической модели дохода многопродуктовой торговой компании.

Разработанный комплекс программ численного анализа и имитационного моделирования позволяет проводить исследование характеристик суммарного потока и потока повторных обращений в бесконечнолинейных СМО.

Достоверность основных положений и выводов подтверждается строгим математическим аппаратом, использованием методов теории вероятностей и случайных процессов, теории массового обслуживания, дифференциального и интегрального исчисления. Совпадение результатов исследования с ранее известными для систем с простейшим входящим потоком является косвенным подтверждением достоверности и обоснованности используемых в работе методов.

Теоретическое и практическое значения работы заключаются в построении математических моделей суммарного потока и потока повторных обращений в бесконечнолинейных СМО с повторным обслуживанием требований и разработке асимптотических методов для их исследования.

Все перечисленные выше теоретические и практические результаты диссертационной работы Л.А. Задирановой являются новыми. Они опубликованы в рецензируемых журналах и прошли достаточную апробацию на конференциях международного, всероссийского и регионального уровней.

По теме диссертации автором опубликовано 17 работ, из них 5 – в рецензируемых изданиях из списка, рекомендованного ВАК РФ, в которых материалы диссертации отражены достаточно полно.

Результаты диссертационной работы могут быть использованы для расчета вероятностно-временных характеристик телекоммуникационных и информационных систем, подсистем компьютерных сетей с целью повышения их производительности, а также для описания экономико-математических моделей торговых, страховых систем с целью определения оптимального режима их функционирования и максимизации дохода.

Замечания по работе. По диссертации Задирановой Л. А. можно высказать следующие замечания:

- многие результаты диссертации получены в виде производящих и характеристических функций, в работе не указано, какие методы используются для обращения соответствующих выражений при переходе к распределениям случайных величин;
- в модели двухпродуктовой торговой компании в виде СМО с повторным обслуживанием требований (параграф 1.1.3) в формуле на стр. 41 для суммарного дохода  $S(t)$  присутствуют опечатки: суммирование ведётся по индексам  $k$  и  $l$ , а в выражениях под знаком суммы эти индексы отсутствуют;
- при сравнении аппроксимаций второго и третьего порядка для числа занятых приборов (Таблицы 2.1–2.2 Главы 2) было бы нагляднее продемонстрировать взаимное влияние параметра обслуживания и вероятности возврата;
- считаю, что для большей наглядности необходимо было привести более одного примера численного анализа в третьей главе, в том числе и для систем с рекуррентным входящим потоком;
- в диссертации и автореферате не приведены сведения о том, зарегистрирован ли разработанный комплекс проблемно-

ориентированных программ для проведения численного анализа и имитационного моделирования в бесконечнолинейных СМО вида  $MMPP|M|_{\infty}$  и  $GI|M|_{\infty}$  с повторным обслуживанием требований в виде патентов или свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Несмотря на вышеуказанные замечания, хочется отметить высокий уровень математической теоретической подготовки автора и ее умение использовать методы исследования многомерных марковских процессов для решения поставленных задач.

Общее заключение. Диссертационная работа Задирановой Любви Александровны «Исследование математических моделей потоков в бесконечнолинейных СМО с повторным обслуживанием требований» имеет внутреннее единство и является завершенной научно-квалификационной работой, посвященной решению актуальной научной задачи анализа потоков в бесконечнолинейных СМО с повторным обслуживанием требований. Работа содержит оригинальные результаты в области математического моделирования, вычислительных методов и комплексов программ и отвечает следующим пунктам паспорта научной специальности «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (шифр специальности 05.13.18):

- п. 1. – Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений.
- п. 2. – Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей.
- п. 4. – Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

Считаю, что диссертационная работа Задирановой Любви Александровны «Исследование математических моделей потоков в бесконечнолинейных СМО с повторным обслуживанием требований»

удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а Задиранова Л. А. заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент, кандидат физико-математических наук (специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации), доцент, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет», базовая кафедра вычислительных и информационных технологий, доцент Семенова Дарья Владиславовна

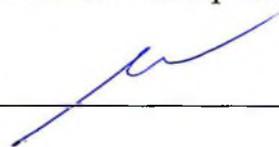


«29» марта 2016 г.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет»  
Адрес: 660041, г. Красноярск, пр. Свободный, д. 79/10  
Тел: +7 (391) 206-21-48, сайт: <http://www.sfu-kras.ru>  
E-mail: [dariasdv@gmail.com](mailto:dariasdv@gmail.com)

Подпись Дарьи Владиславовны Семеновой заверяю:

Проректор по учебной работе



М.В. Румянцев