

## ОТЗЫВ

### официального оппонента

о диссертационной работе

Кусаинова Марата Ислямбековича

“Адаптивное оптимальное прогнозирование многомерных процессов авторегрессионного типа с дискретным временем”,

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

05.13.01 — Системный анализ, управление и обработка информации (в отраслях информатики, вычислительной техники и автоматизации).

Задача построения оптимальных прогнозов случайных процессов является одной из основных задач, связанных с теорией управления. В диссертации М. И. Кусаинова эта задача решается для трех моделей авторегрессионного типа: авторегрессии первого порядка, авторегрессии первого порядка со случайными коэффициентами и авторегрессии-скользящего среднего порядка (1,1). Эти модели рассматриваются при следующих предположениях: распределение шумов неизвестно, размерность процессов  $p \geq 1$ , выполнены условия их устойчивости. Задача оптимизации процедур прогнозирования формулируется для заданной функции потерь. Проблема построения прогнозов для вышеуказанных (как и других подобных) моделей несомненно является актуальной. Другой особенностью диссертации, подтверждающей ее актуальность, является тот факт, что свойства прогнозов изучаются как в асимптотике, так и при фиксированных объемах выборки, что удается сделать благодаря принципиально новым оценкам неизвестных параметров, построенных по методу усеченного оценивания.

Диссертация состоит из введения, включающего обзор работ по теме исследований, четырех глав, заключения, списка обозначений, списка литературы и приложения. Рассмотрим более подробно ее содержание и основные результаты.

Первая глава посвящена решению задачи построения оптимального одношагового прогноза для устойчивого процесса VAR(1) с неизвестной матрицей коэффициентов. Эта задача решалась много раз в различных постановках, но в данном случае при ее решении используется новый метод усеченного оценивания функционалов дробного типа. Для полученных по этому методу

оценок матричного параметра динамики, построенных по выборке фиксированного размера, найдена верхняя граница для  $L_{2m}$ -нормы их уклонения (лемма 2.1). В силу этого, рассматривая построенные с помощью усеченных оценок одношаговые прогнозы процесса, можно контролировать их точность. Это отражено в свойствах функции риска, которая измеряет среднеквадратическую ошибку прогнозов и длительность процедуры. При этом среднеквадратическая ошибка имеет множитель веса  $A$ , который трактуется как цена суммарной ошибки прогноза. Далее рассматриваются два случая: если известна дисперсия шумов модели, то минимизация функции риска не составляет труда; если дисперсия шумов неизвестна, то на основе ее оценки определяется адаптивный оптимальный объем выборки. В обоих случаях получаемый оптимальный объем наблюдений зависит от параметра  $A$ . Основной результат первой главы дает теорема 1.1, устанавливающая условия на моменты распределения шумов модели, при выполнении которых адаптивный оптимальный объем выборки эквивалентен теоретически оптимальному объему выборки в асимптотике по  $A \rightarrow \infty$  в среднем и с вероятностью единица. Кроме того установлена асимптотическая эквивалентность функций риска в оптимальном (при известной дисперсии шумов модели) и адаптивном (при неизвестной дисперсии) вариантах поставленной задачи.

В главах 2–3 аналогичная задача решается для устойчивых процессов VARMA(1,1) и VAR(1) со случайным параметром динамики. Для неизвестных параметров этих процессов также строятся усеченные оценки, имеющие свойства, аналогичные свойствам оценок в главе 1 (леммы 2.1, 3.1, 3.2). Теоремы 2.1, 3.1 и 3.2 устанавливают эквивалентность адаптивного оптимального объема выборки теоретическому при  $A \rightarrow \infty$ . В главе 4 приводятся результаты численного моделирования процедур прогнозирования процессов, рассмотренных в первых трех главах при различных размерностях и значениях параметров. Выводы численного моделирования согласуются с теоретическими результатами, полученными аналитически.

Результаты диссертации опубликованы в шести работах, 3 из которых — в журналах, включенных в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук. Результаты докладывались на научных семинарах, всероссийских и международных конференциях, в том числе, с участием ведущих специалистов в области идентификации стохастических систем. Работа выполнена на современ-

ном математическом уровне строгости. Работа М. И. Кусаинова показывает его умение аналитически решать сложные математические задачи и получать результаты, имеющие теоретическое и практическое значение. Автореферат адекватно отражает содержание диссертации.

При чтении я обратил внимание на небольшое количество стилизованных и корректурных погрешностей, опечаток. Например, на странице 36 по ошибке вычисляется вероятность неслучайного события, а на странице 86 диссертант оценил сверху случайную величину вместо ее математического ожидания. Эти замечания ни в коей мере не влияют на общую высокую оценку работы.

Исходя из вышеизложенного, считаю, что диссертационная работа М. И. Кусаинова “Адаптивное оптимальное прогнозирование многомерных процессов авторегрессионного типа с дискретным временем” полностью удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Кусаинов Марат Ислямбекович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.01 — системный анализ, управление и обработка информации (в отраслях информатики, вычислительной техники и автоматизации).

3 декабря 2015 г.

Ведущий научный сотрудник  
отдела теории вероятностей  
и математической статистики  
Математического института  
имени В. А. Стеклова РАН,  
доктор физико-математических наук  
Тел. +7 (495) 984 81 41, доб. 37-73  
E-mail: gushchin@mi.ras.ru

А. А. Гушин  
(Гушин Александр Александрович)

ФГБУН Математический институт им. В. А. Стеклова  
Российской академии наук  
119991, Москва, ул. Губкина, д. 8  
Тел. +7 (495) 984 81 41  
Факс: +7 (495) 984 81 39  
Сайт: www.mi.ras.ru  
E-mail: steklov@mi.ras.ru

Подпись А. А. Гушина  
заверю  
Зам. директора МИАН  
3  
D. V. Treusov