

“УТВЕРЖДАЮ”

Зам. директора Института
проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН
к.ф.-м.н. И.Н. Барабанов
29 октября 2015 г.



ОТЗЫВ

ведущей организации

на диссертацию Кусаинова Марата Ислямбековича

“Адаптивное оптимальное прогнозирование многомерных процессов авторегрессионного типа с дискретным временем”,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации

Актуальность работы

В настоящее время задача идентификации и построения математических моделей стохастических динамических систем продолжает оставаться широко востребованной. При этом одним из значимых критериев качества таких моделей является возможность строить с их помощью прогнозы изучаемых процессов в реальном времени, что очень важно, например, при исследовании различных финансовых и экономических задач. Среди успешно применяемых моделей в области финансовой и страховой математики (и др.) можно выделить модели регрессионного и авторегрессионного типов, такие как модель авторегрессии с постоянными или случайными параметрами динамики и модель авторегрессии скользящего среднего. Задача адаптивного прогнозирования для процессов, описываемых такими моделями, является предметом данной диссертации в условиях, когда параметры динамики объекта неизвестны и неизвестны распределения помех модели. Последнее предположение сразу ставит эту задачу в разряд непараметрических. Понятно, что статистическое исследование временных рядов в такой постановке представляет собой актуальную задачу, поскольку результаты решения очень слабо зависят от привнесенных субъективных суждений о выборе модели и параметров системы. Решение построено так, что все неизвестные величины оцениваются по реально наблюдаемой выборке и таким образом модель адаптируется к реальным данным, позволяя в большинстве случаев получить одношаговые адаптивные прогнозы, приближающие оптимальные (построенные по модели с известными параметрами) в среднеквадратическом смысле прогнозы.

Основные научные результаты, их новизна и значимость

В диссертации решается задача адаптивного прогнозирования многомерных динамических систем авторегрессионного типа, оптимального в смысле заданной функции потерь, позволяющей одновременно оптимизировать качество одношаговых прогнозов и объем выборки. Взяв за основу модель векторного устойчивого стохастического процесса авторегрессии первого порядка VAR(1) с дискретным временем, автор исследует его при неизвестных параметрах динамики и дисперсии помех модели. При этом важно заметить, что параметрическая форма распределения помех также неизвестна. Последнее предположение сразу же исключает возможность применения таких эффективных методов оценивания, как, например, метод максимального правдоподобия. Поэтому автор выбирает за основу практически важный метод наименьших квадратов, который широко применяется в задачах идентификации линейных динамических стохастических систем. На основе этого метода строятся оценки неизвестных параметров рассматриваемых в диссертации моделей по методу усеченного оценивания, для которых доказывается свойство гарантированного качества оценивания в смысле L_{2m} -нормы на выборках фиксированного объема и, как правило, свойство сильной состоятельности с оптимальной или субоптимальной скоростью сходимости. С помощью полученных оценок строятся адаптивные одношаговые прогнозы, причем процедура прогнозирования оптимизируется согласно заданному критерию качества. Критерий качества определяет требуемый баланс между суммарным качеством прогнозирования и затратами на получение необходимого количества наблюдений (объемом выборки). При оптимизации этого критерия находится оптимальный объем выборки и соответствующее минимальное значение функции риска.

Вторая модель, рассматриваемая в диссертации, представляет собой линейную векторную авторегрессию первого порядка со случайными коэффициентами, обозначаемую VRCA(1). Каждый элемент матрицы параметров динамики авторегрессии представляет собой неизвестную детерминированную составляющую и аддитивный независимый центрированный шум. Такие модели называют также моделями с дрейфующими коэффициентами. Как и в предыдущей модели распределения всех помех неизвестны. Для построения усеченных оценок средних значений коэффициентов авторегрессии берется за основу также метод наименьших квадратов в виде, соответствующему общему корреляционному методу. Доказано свойство гарантированного качества оценок на выборках фиксированного объема и сходимость этих оценок с вероятностью 1 к средним значениям дрейфующих параметров многомерной авторегрессии. Процедура одношагового адаптивного прогнозирования, использующая усеченные оценки неизвестных параметров модели, оптимизируется в смысле критерия, аналогичного по смыслу в предыдущей задаче.

Третья часть диссертации посвящена решению аналогичной задачи в применении к устойчивому векторному процессу VARMA(1,1). Рассмотрены различные варианты наличия априорной информации о параметрах процесса.

Построены усеченные оценки параметров динамики и скользящего среднего, имеющие свойства, аналогичные установленным для первых двух моделей. Также предложена оценка дисперсии помех модели, все оценки обладают свойством сильной состоятельности. Построенная процедура адаптивного прогнозирования оптимизируется в смысле критериев, заданных в предыдущих главах.

Предложенные для процессов $VRCA(1)$ и $VARMA(1,1)$ усеченные оценки неизвестных параметров являются новыми. Доказана оптимальность для всех построенных прогнозов и всех моделей в смысле функций риска, принятых в задачах последовательного анализа и имеющих практический и теоретический смысл. Приведенные доказательства теоретических результатов оригинальны и верны. Уровень математических доказательств теорем свидетельствует о достаточной математической подготовке соискателя. Результаты моделирования построенных алгоритмов подтверждает теоретические выводы.

Достоверность полученных результатов

Все полученные в диссертации результаты имеют строгое математическое доказательство. Утверждения сформулированных теорем подтверждены проведенным имитационным и численным моделированием.

Результаты диссертации обсуждались на семинаре «Статистика экстремальных событий» лаборатории № 21 «Статистического анализа и математических методов обработки информации в системах управления» ИПУ РАН, председатель семинара доктор физико-математических наук Н.М. Маркович (протокол от 29 октября 2015 г. № 3).

Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы

Теоретическая значимость полученных результатов для идентификации и прогнозирования динамических систем, описываемых стохастическими моделями, заключается в том, что впервые при решении задачи прогнозирования в моделях стохастических динамических систем использовались оценки матричных параметров моделей по методу усеченного оценивания. Эти оценки имеют гарантированную точность на выборках фиксированного объема и обладают свойством сильной состоятельности с оптимальной или субоптимальной скоростью сходимости. Это позволило построить и изучить свойства одношаговых прогнозов для многомерных устойчивых процессов авторегрессионного типа с дискретным временем при неизвестном распределении шумов. Полученные результаты в некотором смысле обобщают результаты ряда работ известного американского специалиста в области прогнозирования динамических систем Шрирама (Sriram T.N.).

Основные результаты диссертационного исследования обладают научной новизной. Их можно сформулировать в следующем виде:

Предложена процедура адаптивного одношагового прогнозирования, оптимальная в смысле заданной функции потерь, для перечисленных ниже многомерных устойчивых процессов

- VAR(1) для случаев известной и неизвестной дисперсии шумов;
- VRCA(1) для случая неизвестной дисперсии шумов процесса;
- VARMA(1,1) для случаев известных дисперсии шума и параметра скользящего среднего, неизвестной дисперсии шума и известного параметра скользящего среднего, известной ковариационной матрицы шума и неизвестного параметра скользящего среднего, неизвестных ковариационной матрицы шума и параметра скользящего среднего.

Для процесса VRCA(1) построена усеченная оценка параметра динамики, имеющая гарантированное качество в смысле L_{2m} -нормы на выборках фиксированного объема. Установлены условия на матричный параметр динамики и моменты распределения шумов, при которых эта оценка сильно состоятельна.

Для процесса VARMA(1,1) построены усеченные оценки параметра динамики и дисперсии шума, а также усеченная оценка параметра скользящего среднего в случае известной ковариационной матрицы шума, все оценки имеют гарантированное качество в смысле L_{2m} -нормы на выборках фиксированного объема, найдены условия на моменты распределения шумов, при которых эти оценки сильно состоятельны.

Построенная в результате работы процедура прогнозирования может применяться в прикладных задачах, рассматривающих стохастические динамические системы в условиях, когда увеличение числа наблюдений состояний системы невозможно или затратно. Среди отраслей науки и техники, допускающих применение результатов данной диссертации: генетика, биомедицина, финансовая математика, страховая математика, социология и др. Теоретические результаты могут быть использованы в курсах лекций для студентов математических факультетов.

Основные результаты диссертационной работы автора представлены в списке опубликованных работ.

Замечания по диссертации

- 1) Стр. 21, 10 строка снизу: в формуле для k_0 пропущена -1.
- 2) Стр. 36, 6 строка снизу: в неравенстве для величины W_n нужно убрать символ математического ожидания.
- 3) Стр. 83, 6 строка снизу: лишний символ транспонирования в формуле для $\Gamma_{1,k}$.
- 4) Стр. 86, дважды при оценивании сумм забыт знак математического ожидания.
- 5) Выявлено несколько орфографических ошибок; например, на стр. 20, 3 строка снизу.

Заключение

Диссертационная работа М.И. Кусаинова выполнена на высоком научном уровне и является завершенной научно-квалификационной работой. Автором получен ряд новых результатов в теории адаптивного оптимального прогнозирования процессов, описываемых стохастическими динамическими моделями в условиях параметрической и непараметрической неопределенности. Все теоретические результаты диссертации обоснованы полными доказательствами и подтверждены результатами приведенных экспериментальных исследований. По теме диссертации опубликовано 6 печатных работ, три из которых в журналах из списка ВАК, в том числе одна в зарубежном журнале *Sequential Analysis: Design Methods and Applications*, Taylor and Francis Ed., включенном в базу Scopus. Результаты исследований докладывались на международных научных конференциях и семинарах. Автореферат правильно и с достаточной полнотой отражает содержание диссертации.

Представленная диссертация полностью удовлетворяет требованиям ВАК РФ к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор, Кусаинов Марат Ислямбекович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (в отраслях информатики, вычислительной техники и автоматизации).

Заведующий лабораторией
статистической обработки информации
Института проблем управления РАН,
доктор физико-математических наук



А.В. Добровидов

Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова
Российской академии наук
117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, 65.
Телефон +7 495 334-89-10,
e-mail: snv@ipu.ru
website: <http://www.ipu.ru>
Составитель Добровидов Александр Викторович.