Отзыв о диссертации Богдановой Рады Александровны «Аналитические методы исследования некоторых феноменологически симметричных двумерных геометрий», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

В традиционной евклидовой геометрии (и при ориентации на идеи Клейна и при взятии за основу подхода Римана) упорядоченной паре точек сопоставляется некоторый инвариант, который (поскольку наделен свойствами обычного расстояния) кладется в основу мероопределения, позволяющего воспроизводить объекты этой геометрии: длины, углы, площади, объёмы и прочее. Около полувека назад зародилось и активно развивается иное направление в основаниях геометрии (в рамках более широкой концепции физических структур). В идейном плане данное направление (представленное такими авторами как Ю.И. Кулаков, Г.Г. Михайличенко, В.Х. Лев, В.А. Кыров) опирается на круг представлений, очерченный ещё Германом Гельмгольцем в его знаменитой работе 1868 г. «О фактах, лежащих в основании геометрии» (наличие функциональной связи между координатами двух точек). Исследователи, придерживающиеся этого направления, сопоставляют паре точек не один инвариант, а несколько. По устоявшейся в среде упомянутых лиц традиции, эти инварианты именуют ***метриками,*** хотя смысл употребления этого термина заметно отличается от широко распространенного, а теорию, описывающую данные инварианты, называют ***полиметрической феноменологически симметричной геометрией***.

Предлагаемая работа выполнена в рамках описанной выше концепции, чем и объясняется употребление терминов «метрика» и «метрический» в смысле, характерном для данной концепции, и применяемом только в ней. Это, в частности, позволяет соотносить результаты, полученные автором данной работы с результатами иных исследователей, развивающих указанное направление.

Целью исследования является построение дополненной классификации двуметрических феноменологически симметричных двумерных геометрий ранга 3 аналитическим методом, которая (классификация) ранее была построена Г.Г. Михайличенко групповым методом.

Построение по внешним признакам той же (но по сути с важными дополнениями) классификации имеет содержательный смысл, поскольку проясняет связи изучаемой проблемы с иными разделами математики. Мало того, применение методов изучения, отличных от тех, что применялись около 60 лет назад (в частности, Л.М. Блюменталем), позволило ослабить некоторые ограничения на функции, пригодные быть «метрическими» - в смысле все той же теории. Для двумерных феноменологических геометрий диссертант находит соответствующие группы движений. Подходящий аналитический аппарат, основанный на редукции функциональных уравнений, определяющих клейнову группу, к дифференциальным уравнениям, также заслуга Рады Александровны.

Рада Александровна проявила несомненные качества математика-исследователя, достойно выходя из затруднений, связанных с исследованием функциональных зависимостей, подчас непростых.

Впрочем, некоторые её построения вызывают вопросы, которые, вероятно, могли бы послужить отправным пунктом дальнейших исследований. Так, на стр. 86 приведено семейство групп преобразований

$$x' = ax - by + c,\ \ y' = bx + ay + d, \tag{2.30}$$

где

$$\left(a^2 + b^2\right)\exp\left(2\gamma arctg\frac{b}{a}\right) = 1. \tag{*}$$

Здесь γ – положительная константа (параметр семейства). Данная группа есть группа стационарности невырожденной метрической функции (2.15) (стр.77).

Заметим, однако, что условие (*) можно записать иначе, перейдя к полярным координатам:

$$a = r\cos t,\ b = r\sin t.$$

Уравнение (*) разрешится в виде $r = \pm e^{-\gamma t}$, и преобразования (2.30) примут вид

$$\begin{aligned} x' &= \pm xe^{-\gamma t}\cos t \mp ye^{-\gamma t}\sin t + c, \\ y' &= \pm xe^{-\gamma t}\sin t \pm ye^{-\gamma t}\cos t + d. \end{aligned} \tag{**}$$

Ясно, что уравнения (**) определяют группу преобразований независимо от знака константы γ (хотя и зависящую от этого знака). Нет ли оснований предпочесть запись (**) записи (2.30)? Во всяком случае, вопрос об орбитах решается проще и нагляднее. Не найдется ли невырожденная метрическая функция, для которой всё будет так же, как в (2.30) и в (*), но при $\gamma < 0$ (может быть, и изоморфная уже рассмотренной)?

Высказанные соображения суть некоторые пожелания о дальнейшей работе Рады Александровны (которые она если хочет – принимает, если нет – отвергает) не затрагивают существа работы, проделанной Радой Александровной.
Полагаю необходимым отметить актуальность и ценность результатов, полученных в работе над диссертацией.

Считаю, что труд Рады Александровны Богдановой удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертационным работам, выполненным по специальности 01.01.01 вещественный, комплексный и функциональный анализ, а его автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет»
634050, г. Томск, пр. Ленина, 38. www.tsu.ru.
8(3822)529740
Официальный оппонент
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры геометрии ТГУ, доцент
Бухтяк Михаил Степанович
05.06.2014

ПОДПИСЬ УДОСТОВЕРЯЮ
ВЕДУЩИЙ ДОКУМЕНТОВЕД УПРАВЛЕНИЯ ДЕЛАМИ И ОРГАНИЗАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ Н.Г. МИХЕЕВА